



TITLE:

原子力プラントの異常診断システムに関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

田嶋, 眞一

---

CITATION:

田嶋, 眞一. 原子力プラントの異常診断システムに関する研究. 京都大学, 1985, 工学博士

ISSUE DATE:

1985-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r5699>

RIGHT:

原子力プラントの異常診断システムに関する研究

田嶋 眞一

# 正 誤 表

	誤	正
p.1↓11	公衆の被爆評価を行なうとともに、 被爆線量を許容される値以下に	公衆の被爆評価を行なうとともに、 被爆線量を許容される値以下に
p.13 (2.15)	$y_r$	$\hat{y}_r$
p.15 (2.21)	$j \equiv i, \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\}$	$\bar{V}_{j \equiv i}, \quad j \in \{1, 2, \dots, k\}$
p.31 Fig.2.8(d)	change of water level stting value	change of water level <u>setting</u> value
p.32↓5	予期しない異常に対応する群であると	予期しない異常に対応する群であると
p.47↑9	k 個の異常の線系結合で表わす	k 個の異常の線形結合で表わす
p.55 Fig.3.5	$\ \tilde{Y}_G\  > q_0$	$\ \tilde{Y}_G\ ^2 > q_0$
p.90↓1	Kalman フィルタが 4-1 節で	<u>カルマン</u> フィルタが 4-1 節で
p.90↓5	Kalman フィルタを構成し、	<u>カルマン</u> フィルタを構成し、
p.93↓9	異常診断システム phase2 を	異常診断システム phase <u>2</u> を
p.93↑3	phase2 を構成した。	phase <u>2</u> を構成した。
p.96↓2	さらに、n は低次元化モデルの	さらに、 <u>Order</u> は低次元化モデルの
p.97↓3	外乱の推定値における観測雑音 による <u>ら</u> ぎの標準偏差を	外乱の推定値に <u>含まれる</u> 観測雑音 による <u>ゆ</u> らぎの標準偏差を
p.98↑7	外乱の推定値における観測雑音による	外乱の推定値に <u>含まれる</u> 観測雑音による
p.100↑7	外乱の推定値における観測雑音による	外乱の推定値に <u>含まれる</u> 観測雑音による
p.103	load demand change in the case of	load demand change <u>in</u> the case of
Fig.4.11(a-2)		
p.104↑2	外乱の推定値における観測雑音による	外乱の推定値に <u>含まれる</u> 観測雑音による
p.112 (A.10)	$C(A-I)^{n+m-1} C(A-I)^{n+m-2}$	$C(A-I)^{n+m-1} C(A-I)^{n+m-2} \underline{B}$
p.114 (B.2)	$\begin{matrix} C & I \\ 0 & I \end{matrix}$	$\begin{matrix} C & 0 \\ 0 & I \end{matrix}$

DOC
1985
15
電気系

# 目 次

緒 言 .....	1
第 1 章 序論 .....	3
1-1 診断技術の概要 .....	3
1-2 雑音解析を応用した診断手法 .....	3
1-3 CCT解析を用いた診断手法 .....	4
1-4 多変量解析と状態推定を応用した診断手法 .....	6
第 2 章 最尤推定による異常診断 .....	9
2-1 判別分析について .....	9
2-2 尤度関数を用いた異常診断 .....	11
2-3 確率密度関数の決定 .....	18
2-4 計算機実験 .....	21
2-5 結論 .....	40
第 3 章 射影作用素を用いた異常診断 .....	41
3-1 射影作用素 .....	41
3-2 射影作用素を用いた異常判別手法 .....	43
3-3 観測信号の前処理 .....	50
3-4 判別アルゴリズム .....	53
3-5 計算機実験 .....	56
3-6 結論 .....	67
第 4 章 外乱推定 .....	69
4-1 外乱推定器 .....	69
4-2 低次元化モデル .....	80
4-3 計算機実験 (1) ーカルマンフィルタによる方法ー .....	88
4-4 計算機実験 (2) ー非干渉化による方法ー .....	99
4-5 結論 .....	105



結 言 .....	106
謝 辞 .....	108
参 考 文 献 .....	109
付 録 .....	111
付録－ 1 .....	111
付録－ 2 .....	113
付録－ 3 .....	114
付録－ 4 .....	118

近年、石油資源の枯渇にともない、石油を工業原材料として温存するため、石油エネルギーに代わるエネルギー源に関する研究がさかんに行なわれてきた。この研究の対象となっているエネルギー源として、太陽熱、地熱、風力、潮力、原子力(核分裂、核融合)などがある。現在では、これらのエネルギー源のなかで、発電量および発電コストの面から、核分裂による原子力発電が実用化されている。しかし、核分裂によって生じる放射能の漏洩、拡散に対する不安が大きく、また、放射性廃棄物の処理も今後の課題である。一般に、原子力プラントの安全性の評価は、従来から重大事故や仮想事故を考えて行なわれている。例えば、軽水炉では一次系配管のギロチン破断のように、技術的に起こるかもしれないと考えられる事故の中で極端に大きなものを想定して重大事故と考え、また重大事故の際に格納容器内に放出される放射性物質の量を、現実には考えられない程多く見積った場合を仮想事故と考え、このような場合の専従者および公衆の被曝評価を行なうとともに、被曝線量を許容される値以下におさえるために、各種の工学的安全設備を設けている。このことは、どのような事故が発生しても安全性を確保できるという点で重要な意味をもっている。しかし、これまで実際のプラントなどで発生した事故を考えると、まず異常の兆候があらわれ、これが進展することにより事故に発展する場合や、進展していく過程で運転員の誤判断や誤操作が重なり事故に発展するケースが多い。したがって、地震などの天災や戦争、テロ行為などによる破壊をのぞけば、プラントが事故に発展する前の初期段階で、異常を検出し、これに対する適切な処置をとることができれば、大部分の事故は未然にふせぐことができると考えられる。また、万一事故に発展しても、その規模は著しく軽減されることが期待できる。原子力プラントの診断技術は、このように異常をすみやかに検出し適切な処置をとるための技術であり、安全性や信頼性を向上させるための技術であるといえる。これらのことから、原子力プラントの診断システムの機能として

- 1) プラントの健全性を監視し、異常の兆候を検出したときに運転上の注意事項を指摘すること
- 2) 小さな異常が発生したときに、これをすみやかに検出するとともに、その原因を推定し、今後とるべき適切な処置を決めること
- 3) 事故が発生したときに、プラントの状態を推定し、最小の被害で、かつすみやかに事故を終結させるための対策や処置を決めること

が要求される。1)、2)の役割をはたすものとして、原子力プラントには監視盤、警報系、安全保護系などが設けられているが、熟練した運転員に依存する部分も多く、また運転員の誤判断や誤操作をふせぐための十分な配慮がなされているとはいえない。一方、TMI-2(米国、スリーマイル島2号炉)の

事故の際に、事故を終結させるため多大の時間と労力を要したことから明らかなように、3) に対しては運転員の訓練にのみ依存しているのが現状である。しかし、TMI-2の事故を契機として診断技術の重要性が再認識され、わが国をはじめ米国、西ドイツなど多くの国では、診断技術の開発が重要な課題となっている。

本論文は、上述の1), 2)に対応する、原子力プラントに生じた異常の判別、推定について研究を行ったものであり、第1章では異常診断技術の概要について述べている。第2章では、予期しない異常の検出を考慮した最尤推定による異常判別手法について、また、第3章では、多重異常に対しても適用できる射影作用素を用いた異常判別手法について述べている。さらに、第4章では原子力プラントから同定された低次元化モデルを用いる外乱推定手法について述べ、多重異常の推定に対する有効性について検討を行なった。

# 第1章 序 論

## 1-1 診断技術の概要

原子力プラントに発生した異常をすみやかに判別し、さらに、その原因となっている外乱を推定することにより、プラントの事故を未然に防ぎ、プラントの安全性を確保する異常診断システムの開発が重要な課題となってきた。このような異常診断システムの開発においては

- 1) 原子炉に生じた局所異常に対する検出
- 2) プラントの状態が設定点からずれたとき、これをすみやかに検出し、さらに、その原因を推定する
- 3) 検出器が故障したとき、その故障を検出し、さらに、その検出器が指示すべき値を推定する
- 4) 事故により原子力プラントが停止したとき、その状態を推定し、以後の状態を予測する
- 5) 異常発生後の適切な処置を運転員に指示する

を考慮しなければならない。このような原子力プラントの診断技術に関する研究は、従来

- 1) 雑音解析を応用した診断<sup>1-7)</sup>
- 2) CCT (Cause Consequence Tree) を応用した診断<sup>8,9)</sup>
- 3) 多変量解析と状態推定を応用した診断<sup>10-17)</sup>

の流れに沿って進められてきた。これらの診断技術の概要について以下に述べる。

## 1-2 雑音解析を応用した診断手法

白色雑音が未知の系に入力されると、その出力に含まれる雑音のパワースペクトルは、系の伝達関数のゲインの2乗に比例することが知られている。核分裂により炉心で生じる中性子のゆらぎが白色雑音であることから、零出力炉では中性子束信号のゆらぎを解析して、伝達関数に関連した情報を得ることができる。一方、出力炉では種々の有色雑音加わっていることから、これらがフィードバック経路を経て中性子のゆらぎに影響するため、これらの有色雑音源の性質がわからなければ、中性子のゆらぎを解析しても系の伝達関数に関連した情報を得ることはできない。しかしながら、中性子のゆらぎが、炉が正常に動作しているときのゆらぎとは異なった性質をしめせば、炉は正常とは異なる運転状態、すな

わち、何らかの異常が発生していると考えられることから、雑音解析を用いて炉の異常を検出する研究が進められるようになった。

雑音解析は、中性子束信号のほか、温度、圧力、流量などの観測信号のゆらぎについても行なわれ、観測信号から得られる

- a) ゆらぎの RMS 値
- b) 相関関数、パワースペクトル
- c) 二つの信号の間での相互相関関数、相互パワースペクトル
- d) コヒーレンス関数

二つの信号  $x, y$  の間での因果関係を表わすもので

$$r(\omega) = |\Phi_{xy}(i\omega)| / \sqrt{\Phi_{xx}(i\omega) \cdot \Phi_{yy}(i\omega)} \quad (1.1)$$

で定義される。ここで、 $\Phi_{xx}, \Phi_{yy}$  はそれぞれ  $x, y$  のパワースペクトル、また、 $\Phi_{xy}$  は  $x$  と  $y$  の相互パワースペクトルである。

などの統計的な情報や、b) で述べたパワースペクトルを差分方程式として表現する

- e) AR (Auto Regressive) モデル
- f) ARMA (Auto Regressive Moving Average) モデル

などのパラメータの変化により異常を検出し、パターン認識などの手法により異常の種類の推定を行なうものである。しかし、このような異常の推定を行なうためには、異常が発生したとき雑音の統計的性質がどのように変化するかがわかっていなければならないが、このような知見をシミュレーションにより得ることが困難なことから、実プラントへの大局的な適用にはなお問題も多い。しかしながら、振動などの局所的な異常を検出する場合には有効な手法である。

### 1-3 CCT解析を用いた診断手法

原子力プラントでは多くの観測信号に警報レベルが設けられており、観測信号がこれを超えた場合、警報を発して運転員の注意をうながすようになっている。警報が発生すると、運転員はプラントに何が起っているか、その原因は何であるかを判断して保護操作を行なう。現在我国では、この過程での運転員の思考や判断を助けるための運転支援システムの開発が進められているが、これには CCT 解析が広く応用されている。

フォールトツリーやイベントツリー等の一つの構成法として考案された CCT は、プラントに生じる事象の因果関係を樹構造で表現したもので、その基本構成を Fig. 1.1 にしめす。ここで、一次ノード

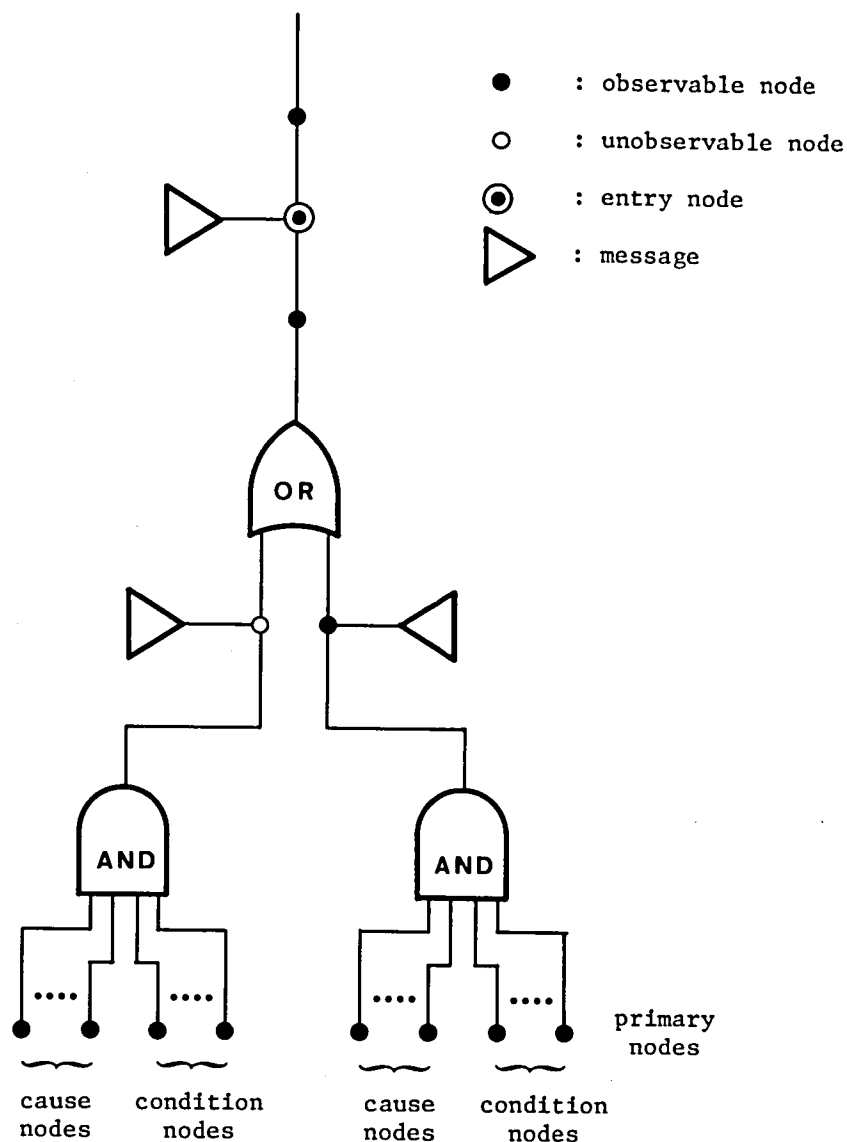


Fig.1.1 CCT (Cause Consequence Tree)

(primary node) は、例えば機器の故障に対応する原因ノード (cause node) と、機器のプラントへの接続状態などの条件ノード (condition node) からなっている。また、エントリーノード (entry node) は、警報信号の発生などをしめすノードである。観測可能なノードでは、対応する観測信号が許容範囲を逸脱したとき、信号を出すようになっている。

CCT 解析は、プラントに警報が発生したとき、その警報に対応するエントリーノードから樹を下方にたどることにより、その原因を調査するとともに、樹を上方にたどることにより、この警報を放置したとき、今後プラントの状態がどのように推移するかを予測するものである。しかし、それぞれの信号が許容範囲を逸脱したという情報を用いて二値論理により処理することから、警報レベル以下の異常を検出することができない。また、ノードとしてあらかじめ考慮された異常が警報レベル以上で発生した場合には非常に有効であるが、あらかじめ考慮していない異常、すなわち予期しない異常や多重異常に対

しては正しく判定する保証が得られない。

#### 1-4 多変量解析と状態推定を応用した診断手法

原子力プラントに異常が発生したとき、プラントの状態量や観測信号になんらかの偏差を生じることが期待できる。このような偏差を生じさせる入力を考え、これを外乱とする。すなわち、異常をプラントの入力として考えたものが外乱である。このとき、観測信号の偏差から、多変量解析により異常の検出を行ない、さらに外乱推定器をもちいて外乱の大きさの推定を行なうことが考えられる。この手法は主として筆者らが提案しているものであり、Fig. 1.2 にしめすような異常診断システムである。Fig.

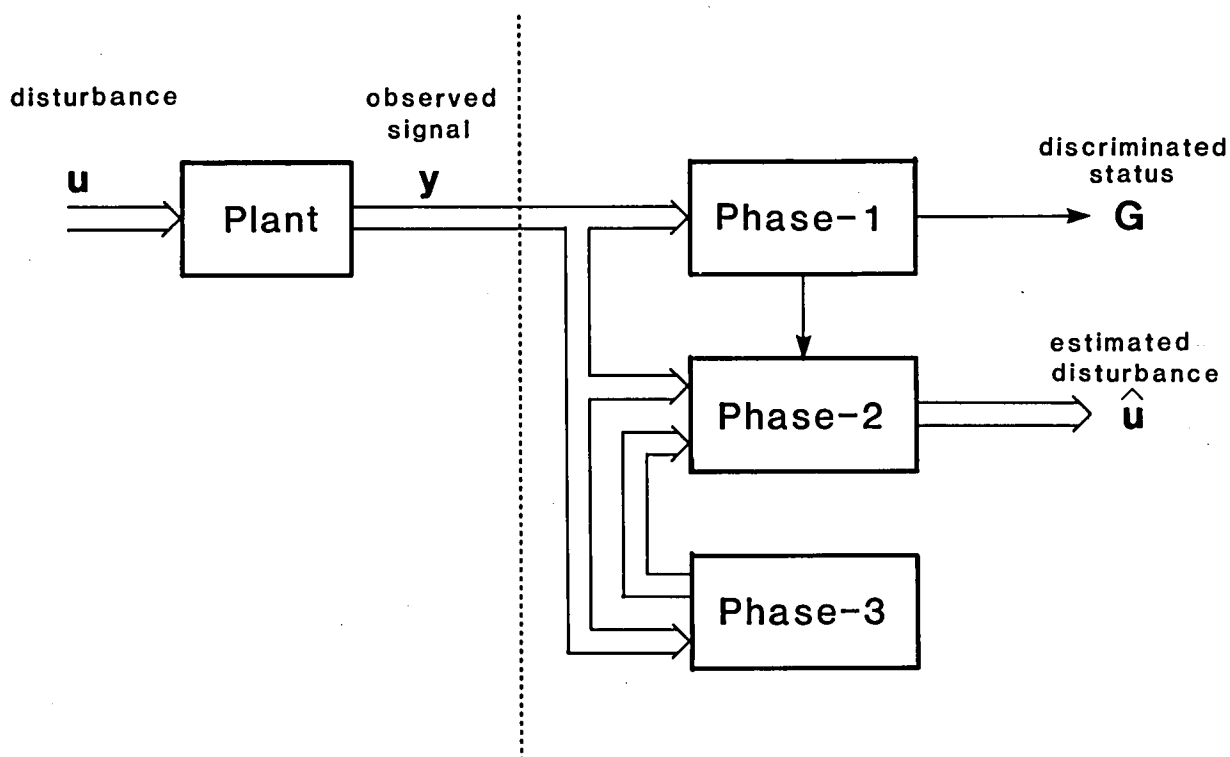


Fig.1.2 Block diagram of diagnosis system

1.2 において、Phase-1 は異常の検出と異常状態の分類を行ない、Phase-2 は外乱の大きさの時間的な推移の推定を行なうものである。また、Phase-3 は過去一定時間の観測信号を記憶するものである。

原子力プラントから得られる多くの観測信号は、まず Phase-1 で多変量解析を用いて総合的に解析され、プラントの状態が、正常およびあらかじめ予想したいいくつかの異常の中で、どの群に属するかを判別する。ここで、あらかじめ予想していない異常が発生したときには、予想しない異常であると判別し、さらに、運転員の誤操作を含めて、あらかじめ予想した異常が多重に発生したときにも、これらの



異常を正しく判別できることが望ましい。

Phase-1 によって、プラントの状態が分類されたとき、この結果にもとづいて、Phase-2 から適切な外乱推定器を選び、Phase-3 に記憶されている観測データと、今後プラントから得られる観測データを用いて、外乱の大きさの時間的な推移を推定する。

ここで述べた手法は、雑音解析による手法に比較して、簡単により多くの異常に対して適用でき、また、CCT 解析による方法に比較して、より小さな異常(警報レベル以下)に対して適用できることが予想される。

第2章と第3章では異常診断システムの Phase-1 における異常の検出と分類を行なう手法について、第4章では Phase-2 における外乱推定手法について述べている。第2章では、予期しない異常の検出を考慮した正規分布の確率密度関数で近似された尤度関数を用いた最尤推定による異常判別手法について述べ、第3章では、予期しない異常の検出に加えて、さらに多重異常に対しても適用できる射影作用素を用いた異常判別手法について述べている。また、第4章では、原子力プラントの入出力データから同定された低次元化モデルに対して、カルマンフィルタによる方法と非干渉化による方法を用いて外乱推定器を構成し、外乱推定を行なう手法について検討した。

# 8 項欠

## 第2章 最尤推定による異常診断

原子力プラントの異常診断システムにおいて、診断システムが対象とする以外の異常が発生したとき、誤った判断を行なうことは、操作員の誤操作を誘発させる原因となることが考えられる。逆に、このような予期しない異常（対象とする異常以外の異常）を正しく判別することは、操作員の判断を助けるためにも重要である。

本章では、予期しない異常の検出を行なうことができる異常判別手法について述べる。

### 2-1 判別分析について

互いに相関のある多変量（多種類の特性値）のデータのもつ特徴を少数の変量に要約する、あるいは、多変量データのもつ情報にもとづき与えられた目的に応じて総合的な評価を行なうための手法として多変量解析がある<sup>10)</sup>。多変量解析には、重回帰分析、主成分分析、判別分析、因子分析、正準相関分析、クラスター分析などの手法があり、その目的からつぎの2つに大別できる。

#### 1) 多変量データから総合特性値（多変量データの関数）をもとめる手法

一組の多変量データのもつ分散関係を、互いに無相関（独立）な少数の正準変量（多変量データの重みつき平均となっていることから総合特性値である）の分散に要約する、あるいは、二組の多変量データの間の相関関係を、それぞれの組では互いに無相関（独立）な少数の正準変量の間の相関関係に要約する手法であり、この目的には、主成分分析、正準相関分析などが用いられる。

#### 2) 説明変数から得られる情報にもとづき、目的変数に関する予測、推定を行なう手法

原材料や工作条件から製品の品質等を推定することや、気象観測のデータから農作物の作柄等を予測するように、一組の多変量データ（説明変数）から得られる情報にもとづき、他の多変量データ（目的変数）を予測、推定する手法であり、この目的には、重回帰分析、判別分析、因子分析、クラスター分析などが用いられる。

しかしながら、これらの手法の間には互いに関連があり、必ずしも明確に区別されるものではない。第1章で述べた異常診断システムでは、まず観測として得られる説明変数のもつ情報にもとづき、プラントの状態があらかじめ定められたいくつかの群のどれに属するか（目的変数）を判定することが必要である。このことから、異常診断システムは上述の2)の目的をもつ手法の中で特に判別分析およびクラスター分析に関連している。ここで、それぞれの手法の概略は

- a) 判別分析      : 目的変数が分類尺度 (nominal scale, 例えば, 正常と異常, 農作物

の品種や病気の種類など)であり、説明変数のもつ情報にもとづいて、その多変量データがあらかじめ定められたいくつかの群の中でどの群に属するかを判定する手法

- b) クラスター分析：判別分析と似ているが、根本的に異なるのは、判別すべき群があらかじめ与えられていない点であり、数多くの多変量データをなんらかの方法で定義したデータ間の類似性や距離にもとづいて、いくつかのクラスター（集落）に分類する手法

である。本章では、プラントの状態が、正常あるいは、あらかじめ予想したいくつかの異常の中でいずれに属するかを判定し、さらに、異常であると判別されたとき、おおまかな異常の程度についても判定することを目的とするものとすれば、これに用いる手法としては判別分析が適している。したがって、ここで扱う異常診断システムでは、判別分析を用いるものとする。

判別分析は多変量データにもとづいて、所属不明のサンプルをあらかじめ定められたいくつかの群の中でいずれの群に属するかを判定する手法であり、多変量データから得られる情報として

#### 1) 判別関数

多変量データの空間を平面（超平面）

$$a^T y + b = 0 \quad (2.1)$$

により2つに分割し、得られた多変量データがどちらの空間に含まれるかにより判定を行なうもので、多変量データの一次関数

$$z = a^T y + b \quad (2.2)$$

の正負により判定を行なうことができる。この(2.2)式を判別関数という。(多群の場合、すべての相異なる2つの群について判別関数を構成する)

#### 2) マハラノビス汎距離

群  $G_i$  の平均および分散をそれぞれ  $\mu_i, \Sigma_i$  とするとき

$$D_i^2 = (y - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (y - \mu_i) \quad (2.3)$$

で定義される  $D_i$  をマハラノビス汎距離という。これは、サンプルと群の平均との間の、群の分散により正規化された距離である。この距離が小さいほど、群の中心に近く、

さらに、群に属する多変量データが正規分布にしたがうときには、その群に含まれる可能性が高いことから、マハラノビス汎距離が最小となる群に属すると判別する。

### 3) 尤度関数

群  $G_i$  に属する多変量データの確率密度関数を  $f_i(y)$  とする。この確率密度関数を群  $G_i$  の関数と考えたものを尤度関数といい

$$l(G_i) = f_i(y) \quad (2.4)$$

で与えられる。すなわち、サンプルが群  $G_i$  に属する尤もらしさを表わす関数である。したがって、その群に属することの尤もらしさ、すなわち、尤度が最大となる群に属すると推定（最尤推定）する。

などが考えられる。このとき、マハラノビス汎距離がすべての群に対していずれも大きい場合や、尤度関数がいずれも小さい場合には、サンプルは「あらかじめ想定した以外の群に属するものではないか」と考えるほうが適切であろう。このような場合、サンプルは「予期しない群」に属すると判定する。この予期しない群の検出は、多変量データを必ずいずれかの群に分類する判別関数を用いた手法では考慮することができない。また、それぞれの群の確率密度関数が多峰性関数などの非正規分布にしたがうときや、それぞれの群に対する先験確率が異なる（例えば、特定の群に属する異常が発生し易いことがあらかじめわかっている）場合などでは、マハラノビス汎距離を用いるよりも尤度関数を用いたほうが、サンプルが群  $G_i$  に含まれるかどうかの評価が直接的であることから、ここでは、最尤推定を利用した判別分析により異常診断システムを構成する。

## 2-2 尤度関数を用いた異常診断

いま、異常の大きさを  $a$ （スカラ量）とすると

$$|a - a_0| < a_d \quad (2.5)$$

からなる群

$$G = \{a \mid |a - a_0| < a_d\} \quad (2.6)$$

について考える。すなわち、大きさが  $a_0 - a_d$  から  $a_0 + a_d$  までの異常を群とする。このとき、対象

が異常であることから，異常の大きさ  $a$  の分布に関する知見が少ない場合がほとんどであると考えることができる．このような場合，どの大きさの異常に対しても，それが発生するという事象の先験確率を等しいとすることが妥当である．このことから，異常の大きさ  $a$  は，確率密度関数が

$$f(a) = \begin{cases} 1/(2a_d) & |a - a_0| < a_d \\ 0 & |a - a_0| \geq a_d \end{cases} \quad (2.7)$$

の一様分布にしたがうものとする．

いま，プラントに定常的な大きさ  $a$  の異常が発生したとき，定常状態において，観測  $y$  が

$$y = y_a(a) + w \quad (2.8)$$

で与えられるものと仮定する．さらに，群の内部では異常の大きさと観測の関係は，直線

$$y_a(a) = y_{a0} + y_{a1} a \quad (2.9)$$

で近似されるものとする．ここで， $y_{a0}$ ，および  $y_{a1}$  は，異常の大きさの 0 次，および 1 次の係数ベクトルである．また， $w$  は異常とは独立な観測雑音で，平均 0，分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがうものと仮定する．このとき，観測雑音の分散を単位行列とするような正規化

$$\tilde{y} = \Sigma^{-1/2} y \quad (2.10)$$

を行なった後

$$R \Sigma^{-1/2} y_{a1} a_d = \begin{bmatrix} \mu_d \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

を満足する適当な直交変換  $R$  を用いて

$$\begin{aligned} \hat{y} &= R \tilde{y} \\ &= R \Sigma^{-1/2} y \end{aligned} \quad (2.12)$$

とする。このとき、変換された観測  $\hat{y}$  に対する異常の寄与は、確率密度関数が

$$\begin{aligned}
 f_a(\hat{y}) &= \prod_{i=1}^r f_{ai}(\hat{y}_i) \\
 f_{a1}(\hat{y}_1) &= \begin{cases} 1/(2\mu_d) & |\hat{y}_1 - \mu_1| < \mu_d \\ 0 & |\hat{y}_1 - \mu_1| \geq \mu_d \end{cases} \\
 f_{ai}(\hat{y}_i) &= \delta(\hat{y}_i - \mu_i) \quad (i=2, 3, \dots, r)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

の分布にしたがい、 $\hat{y}$  に対する観測雑音の寄与は、確率密度関数が

$$\begin{aligned}
 f_n(\hat{y}) &= \prod_{i=1}^r f_{ni}(\hat{y}_i) \\
 f_{ni}(\hat{y}_i) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\hat{y}_i^2\right) \quad (i=1, 2, \dots, r)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

の正規分布にしたがう。ここで、 $\delta$  はディラックのデルタ関数であり

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_r \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$R\Sigma^{-1/2}(y_{a0} + y_{a1} a_0) = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_r \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

である。したがって、変換された観測は、(2.13)、(2.14)式のたたみこみ積分から、確率密度関数が

$$\begin{aligned}
 f(\hat{y}) &= \prod_{i=1}^r f_i(\hat{y}_i) \\
 f_1(\hat{y}_1) &= \frac{1}{4\mu_d} [\operatorname{erf}\{(\mu_d + \hat{y}_1 - \mu_1)/\sqrt{2}\} + \operatorname{erf}\{(\mu_d - \hat{y}_1 + \mu_1)/\sqrt{2}\}] \\
 f_i(\hat{y}_i) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{y}_i - \mu_i)^2\right\} \quad (i=2, 3, \dots, r)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$



の分布にしたがう。観測の次数  $r$  を 2 とした場合の変換された観測  $\hat{y}$  の確率密度関数の例を Fig. 2.1 にしめす。

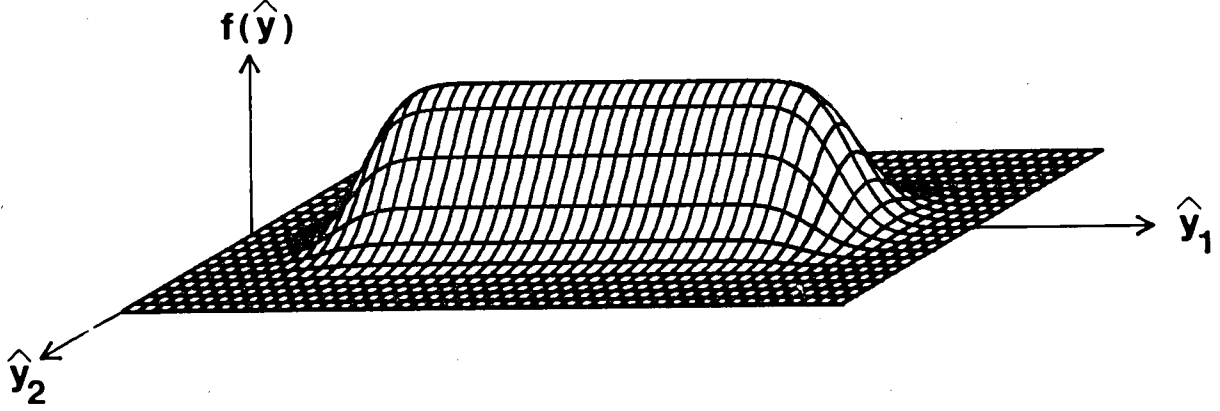


Fig.2.1 Probability density function of observed signal belonging to an anomalous state

このような確率密度関数を正常状態を含むすべての群について求める。これを用いて、多変量データ（観測）が与えられたとき、それぞれの群に対する尤度を計算し、これにもとづいて判別を行なう。まず、群  $G_i$  に対する尤度を  $l_i$  とするとき

$$a \begin{cases} \in G_i & l_i > l_{i0} \\ \notin G_i & l_i \leq l_{i0} \end{cases} \quad (2.18)$$

と判別する。いいかえれば、観測  $y$  が

$$C_i = \{ y \mid l(G_i) = f_i(y) > l_{i0} \} \quad (2.19)$$

に含まれるとき、群  $G_i$  に属する異常が発生していると判定することである。すべての群についてこの判定を行ない、すべての群に属しないと判定された場合「予期しない群」と判定し、それ以外の場合（属すると判定された群が一つ以上の場合）には属すると判定された群の中で尤度  $l_i$  が最大の群に属すると判定する。すなわち、観測が

$$y \in \bar{C}_i \quad (2.20)$$

$$\bar{C}_i = \{ y \mid l(G_i) = f_i(y) > l_{i0} \} \cap \{ y \mid l(G_i) = f_i(y) > l(G_j) = f_j(y), \quad j \neq i, \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \} \quad (2.21)$$

であれば，群  $G_i$  に属する異常が発生していると判定し，属すると判定される群がないときには予期しない群に属する以上が発生していると判定するものである．この判別のフローチャートを Fig. 2. 2

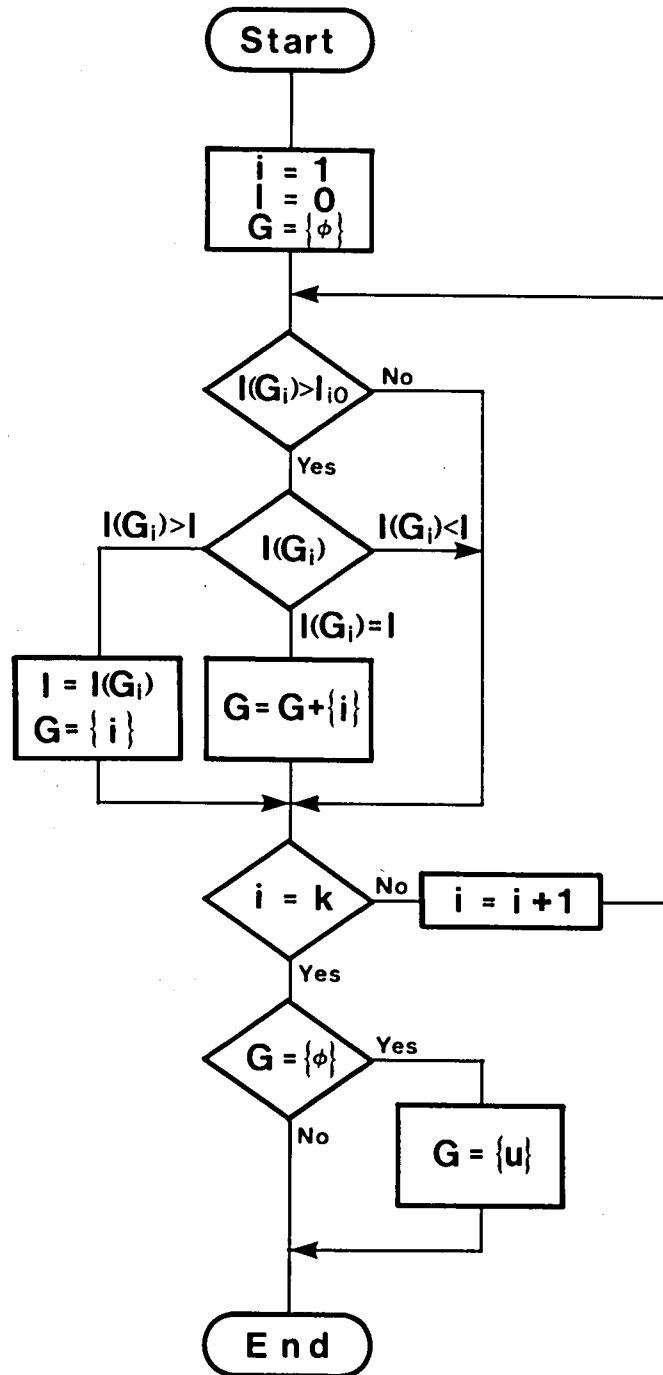


Fig.2.2 Flow chart of discrimination

にしめす。ここで

$$G = \{ u \} \quad (2.22)$$

は予期しない群を表わす。

上述の判定を行なうとき、すべての群に対する尤度関数を求める必要があるが、それぞれの群に対して (2.11) 式を満たす適当な直交変換  $R$  を求めておき、これを用いて (2.12) 式の変換を行なった後、(2.17) 式により尤度関数を求めることは計算量が多く、実プラントへの適用においても負の要因となる。このことから本節では、それぞれの群の確率密度関数を

$$f(y) = \frac{1}{(2\pi)^{r/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - y_0)^T \Sigma^{-1} (y - y_0) \right\} \quad (2.23)$$

の正規分布近似し、さらに、対数の単調性から対数尤度

$$\begin{aligned} \log \{ l(G) \} &= \log \{ f(y) \} \\ &= -\frac{r}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} (y - y_0)^T \Sigma^{-1} (y - y_0) \end{aligned} \quad (2.24)$$

を用いて判定を行なうものとする。ここで、(2.24) 式の右辺第1項、および第2項は定数であり、第3項は積和のみにより求めることができることから、上述の判定における計算量を低減することができる。

いま、それぞれの群（正常状態も一つの群とする）

$$G_i = \{ a^{(i)} \mid |a^{(i)} - a_0^{(i)}| < a_d^{(i)} \} \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (2.25)$$

に属する大きさ  $a^{(i)}$  の異常が生じたときの観測  $y$  が

$$y = y^{(i)}(a^{(i)}) + w \quad (2.26)$$

$$y^{(i)}(a^{(i)}) = y_{a0}^{(i)} + y_{a1}^{(i)} a^{(i)}, \quad a^{(i)} \in G_i \quad (2.27)$$

で与えられるものとし、さらに、群  $G_i$  に属する異常が生じたときの観測  $y$  の確率密度関数を、(2.23) 式と同様に

$$f_i(y) = \frac{1}{(2\pi)^{r/2} |\Sigma^{(i)}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - y_0^{(i)})^T \Sigma^{(i)-1} (y - y_0^{(i)}) \right\} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.28)$$

で近似する。ここで

$$y_0^{(i)} = y_{a0}^{(i)} + y_{a1}^{(i)} a_0^{(i)}, \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.29)$$

$$\Sigma^{(i)} = \Sigma + \Sigma_a^{(i)} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.30)$$

$$\Sigma_a^{(i)} = \frac{1}{3} a_{a2}^{(i)} y_{a1}^{(i)} y_{a1}^{(i)T} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.31)$$

である。このとき、(2.24) 式により求められるそれぞれの群に対する対数尤度関数

$$\begin{aligned} \log \{ l(G_i) \} &= \log \{ f_i(y) \} \\ &= -\frac{r}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log |\Sigma^{(i)}| - \frac{1}{2} (y - y_0^{(i)})^T \Sigma^{(i)-1} (y - y_0^{(i)}) \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.32)$$

を用いて構成される

$$\begin{aligned} \bar{C}_i &= \{ y \mid \log [ l(G_i) ] > \log [ l(G_0) ] \} \cap \\ &\quad \{ y \mid \log [ l(G_i) ] > \log [ l(G_j) ], \forall j \neq i, j \in \{1, 2, \dots, k\} \} \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.33)$$

により、プラントには

$$a \in \begin{cases} G_i & y \in \bar{C}_i \\ G_u & y \notin \bar{C}_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, k\} \end{cases} \quad (2.34)$$

に属する異常が発生している（正常に対応する群の場合，プラントの状態は正常状態である）と判定する．ここで， $G_u$  はあらかじめ想定した以外の異常，すなわち，予期しない異常を表わす群である．

## 2-3 確率密度関数の決定

簡単のため一つの群

$$G = \{ a \mid |a - a_0| < a_d \} \quad (2.35)$$

について考える．この群に属する異常が生じたとき，観測  $y$  は

$$y = y_a(a) + w \quad (2.36)$$

$$y_a(a) = y_{a0} + y_{a1} a \quad (2.37)$$

で与えられるものとする．このとき，前節で述べたように観測  $y$  の確率密度関数を

$$f(y) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\bar{\Sigma}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - y_0)^T \bar{\Sigma}^{-1} (y - y_0) \right\} \quad (2.38)$$

で近似する．ここで

$$y_0 = y_{a0} + y_{a1} a_0 \quad (2.39)$$

$$\bar{\Sigma} = \Sigma + \alpha \Sigma_a \quad (2.40)$$

$$\Sigma_a = \frac{1}{3} a_d^2 y_{a1} y_{a1}^T \quad (2.41)$$

である．なお， $\alpha$  は群の領域の拡大係数である．

いま，大きさ

$$a = a_0 + a_1 \quad (|a_1| < a_d) \quad (2.42)$$

の異常が生じたとき，(2.38) 式にあらわれる二次形式

$$q(y) = (y - y_0)^T \bar{\Sigma}^{-1} (y - y_0) \quad (2.43)$$

の値は

$$q(y_0 + y_{a1} a_1 + w) = (y_{a1} a_1 + w)^T \bar{\Sigma}^{-1} (y_{a1} a_1 + w) \quad (2.44)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} w &= w_{\parallel} + w_{\perp} \\ \begin{cases} w_{\parallel} = \left( \frac{y_{a1}^T \Sigma^{-1} w}{y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1}} \right) y_{a1} \\ w_{\perp} = w - w_{\parallel} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.45)$$

とすれば、(2.44) 式は

$$q(y_0 + y_{a1} a_1 + w) = \left\{ a_1 + \left( \frac{y_{a1}^T \Sigma^{-1} w}{y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1}} \right) \right\}^2 \frac{y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1}}{1 + (\alpha/3) a_d^2 y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1}} + w_{\perp}^T \Sigma^{-1} w_{\perp} \quad (2.46)$$

となる。いま、観測における群の幅  $y_{a1} a_d$  に比較して観測雑音が十分に小さいとすれば

$$a_d^2 y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1} \gg r \quad (2.47)$$

であるから、(2.46) 式は近似的に

$$q(y_0 + y_{a1} a_1 + w) \doteq \frac{3}{\alpha} \left( \frac{a_1}{a_d} \right)^2 + w_{\perp}^T \Sigma^{-1} w_{\perp} \quad (2.48)$$

となる。これから、群の中心 ( $a_1 = 0$ ) において

$$q(y_0 + w) \doteq w_{\perp}^T \Sigma^{-1} w_{\perp} \quad (2.49)$$

であることから、群の中心では (2.43) 式の二次形式は自由度  $r-1$  の  $\chi^2$  分布にしたがうことがわかる。(なお、正常 ( $a=0$ ) に対応する群では、 $a_1=0, a_d=0$  としていることから、(2.43) 式の二次形式は自由度  $r$  の  $\chi^2$  分布にしたがう。以下同様)

ここで、(2.43) 式の二次形式の値が、しきい値  $q_0$  以下ならば群  $G$  に属する異常が発生していると判定し、 $q_0$  以上ならば群  $G$  に属する異常ではないと判定する、すなわち

$$a \begin{cases} \in G & q(y) < q_0 \\ \notin G & q(y) \geq q_0 \end{cases} \quad (2.50)$$

とする。このとき、(2.37) 式の関係性を群の外部

$$|a - a_0| \geq a_d \quad (2.51)$$

に延長して考えれば、大きさ  $a_0 + a_1$  の異常が発生したとき、(2.50) 式の判定により、群  $G$  に属する異常であると判定される確率  $P(a_1)$  は

$$\begin{aligned} P(a_1) &= Prob \left\{ q(y_0 + w) \leq q_0 - \frac{3}{\alpha} \left( \frac{a_1}{a_d} \right)^2 \right\} \\ &= F^{(r-1)} \left\{ q_0 - \frac{3}{\alpha} \left( \frac{a_1}{a_d} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.52)$$

となる。ここで  $F^{(r-1)}$  は自由度  $r-1$  の  $\chi^2$  分布の確率分布関数である。

いま、(2.50) 式の判定を仮説

$$\text{群 } G \text{ の異常が発生している} \quad (2.53)$$

に対する統計的検定と考えれば、群  $G$  の内部における第一種の誤り (すなわち、群  $G$  の異常が発生しているにもかかわらず、異常が発生していないと判定する) の確率  $P_1(a_1, q_0)$  は

$$P_1(a, q_0) = 1 - F^{(r-1)} \left\{ q_0 - \frac{3}{\alpha} \left( \frac{a_1}{a_d} \right)^2 \right\} \quad (2.54)$$



で与えられ、群  $G$  の外部における第二種の誤り（すなわち、群  $G$  に属する異常が発生していないにもかかわらず、異常が発生していると判定する）の確率  $P_2(a_1, q_0)$  は

$$P_2(a, q_0) = F^{(r-1)} \left\{ q_0 - \frac{3}{\alpha} \left( \frac{a_1}{a_d} \right)^2 \right\} \quad (2.55)$$

られる。

群の中心 ( $a_1 = 0$ ) において、第一種の誤りの確率は

$$P_1(0, q_0) = 1 - F^{(r-1)}(q_0) \quad (2.56)$$

となる。すなわち、群の中心における第一種の誤りの確率は、 $\alpha$  とは無関係であることがわかる。

以上の考察より、群の中心部における第一種の誤りの確率から判定のしきい値  $q_0$  を定め、群の境界内部における第一種の誤りの確率と、境界外部における第二種の誤りの確率とのトレードオフにより、(2.40) 式の  $\alpha$  を定めることができる。

上述の方法をそれぞれの群に適用することにより、それぞれの群の確率密度関数を近似する正規分布の確率密度関数を得ることができる。

## 2-4 計算機実験

ここで、対象として用いた原子力プラントは、BWR (Boiling Water Reactor) プラントであり<sup>19,20)</sup>、その概略図を Fig. 2.3 にしめす。このモデルは、蒸気の輸送遅れなどのむだ時間要素を含むが、集中

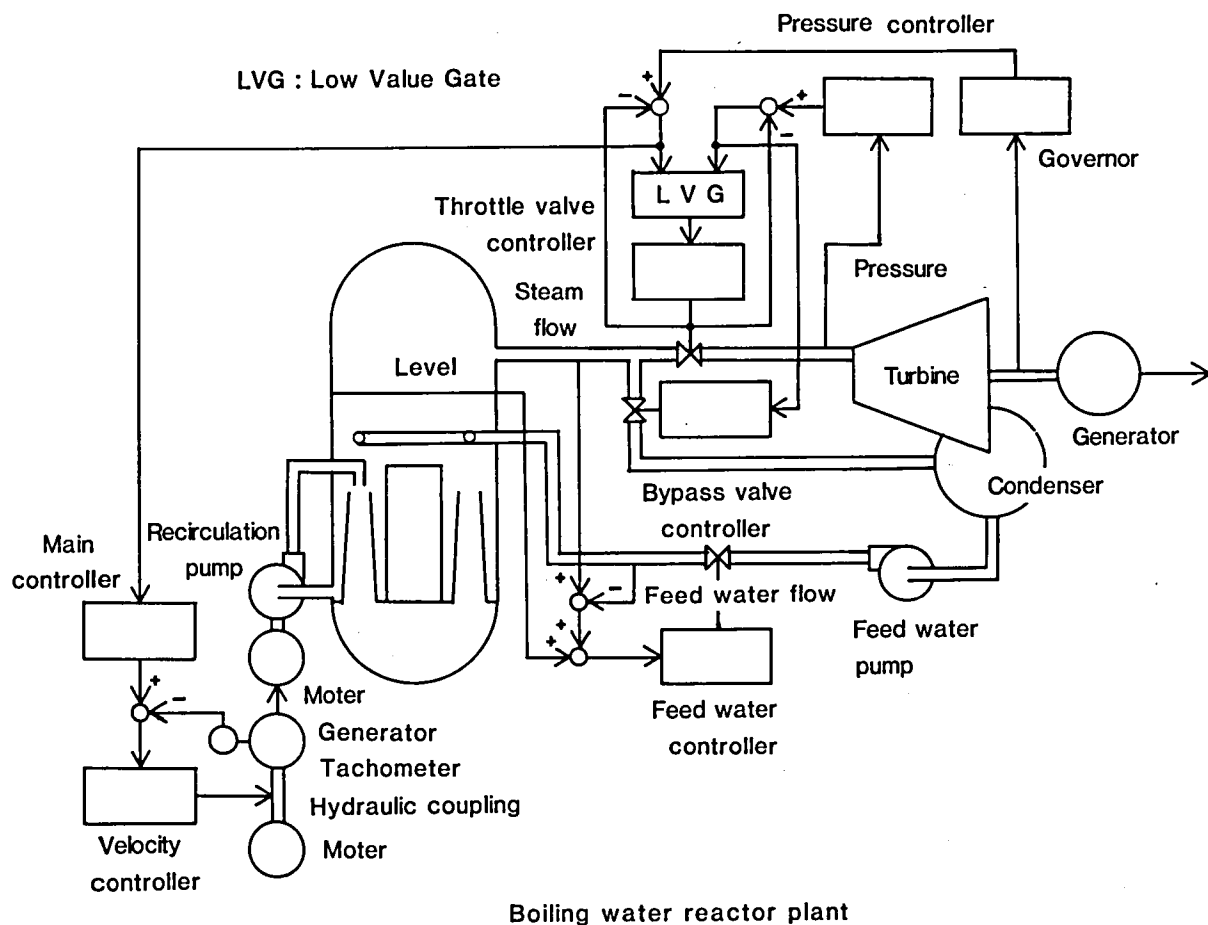


Fig.2.3 Simplified scheme of BWR plant

定数系で近似表現するために、むだ時間要素をむだ時間が1秒以下のものは1次遅れ要素で、また、むだ時間が1秒以上のものは2次の Padé 展開

$$e^{-Ls} \doteq \frac{L^2 s^2 - 6 L s + 12}{L^2 s^2 - 6 L s + 12} \quad (2.57)$$

で近似している。このモデルのブロック線図を Fig. 2. 4 にしめす。ここで、各定数は熱出力 2381 MW, 電気出力 784MW 規模の BWR プラントのものを用い、それぞれの信号は圧力信号を除いて定格運転時の値で規格化されている。

このモデルに発生する可能性のある異常として、蒸気流量検出器以後における蒸気の漏れ、給水流量

検出器以後における給水の漏れ，負荷要求変更，水位設定値変更および反応度異常を想定し，それぞれの異常の群と異常の種類および異常の大きさの関係を Table 2.1 にしめすように定めた。これらの

Table 2.1 Considered anomalies

group ID	anomaly source			$a_0$	$a_d$
1	normal operation			0.0	0.0
2	leakage of main steam	$W_{bp}$	0.5～ 5.5%	3.0	2.5
3			5.5～ 10.5%	8.0	2.5
4	leakage of feed water	$W_{fw}$	0.5～ 5.5%	3.0	2.5
5			5.5～ 10.5%	8.0	2.5
6	change of power demand	$P_d$	-1.0～-11.0%	6.0	5.0
7			-11.0～-21.0%	16.0	5.0
8	change of water level		+2.0～+22.0cm	+12.0	10.0
9	setting value	$L_{set}$	-2.0～-22.0cm	-12.0	10.0
10	disturbance of reactivity	$\rho$	+1.0～+11.0¢	+6.0	5.0
11			-1.0～-11.0¢	-6.0	5.0

Table 2.2 Observed signal and observation noise

observed signal		observation noise (standard deviation)
neutron density	$n$	3.0(%)
dome pressure	$P_D$	0.2(kg/cm <sup>2</sup> )
turbine inlet pressure	$P_T$	0.2(kg/cm <sup>2</sup> )
turbine steam flow	$W_{s3}$	1.0(%)
main steam flow	$W_{ps}$	1.0(%)
feed water flow	$W_{fws}$	1.0(%)
recirculation flow	$W_0$	1.0(%)
vessel water level	$L_s$	5.0(cm)

異常を判定するために用いた観測信号およびそれに含まれる観測雑音（正規雑音）の標準偏差を Table 2.2 にしめす。このとき，それぞれの異常の大きさと観測信号の定常状態における関係を一次関数

$$y_a(a) = y_{a0} + y_{a1} a \quad (2.58)$$

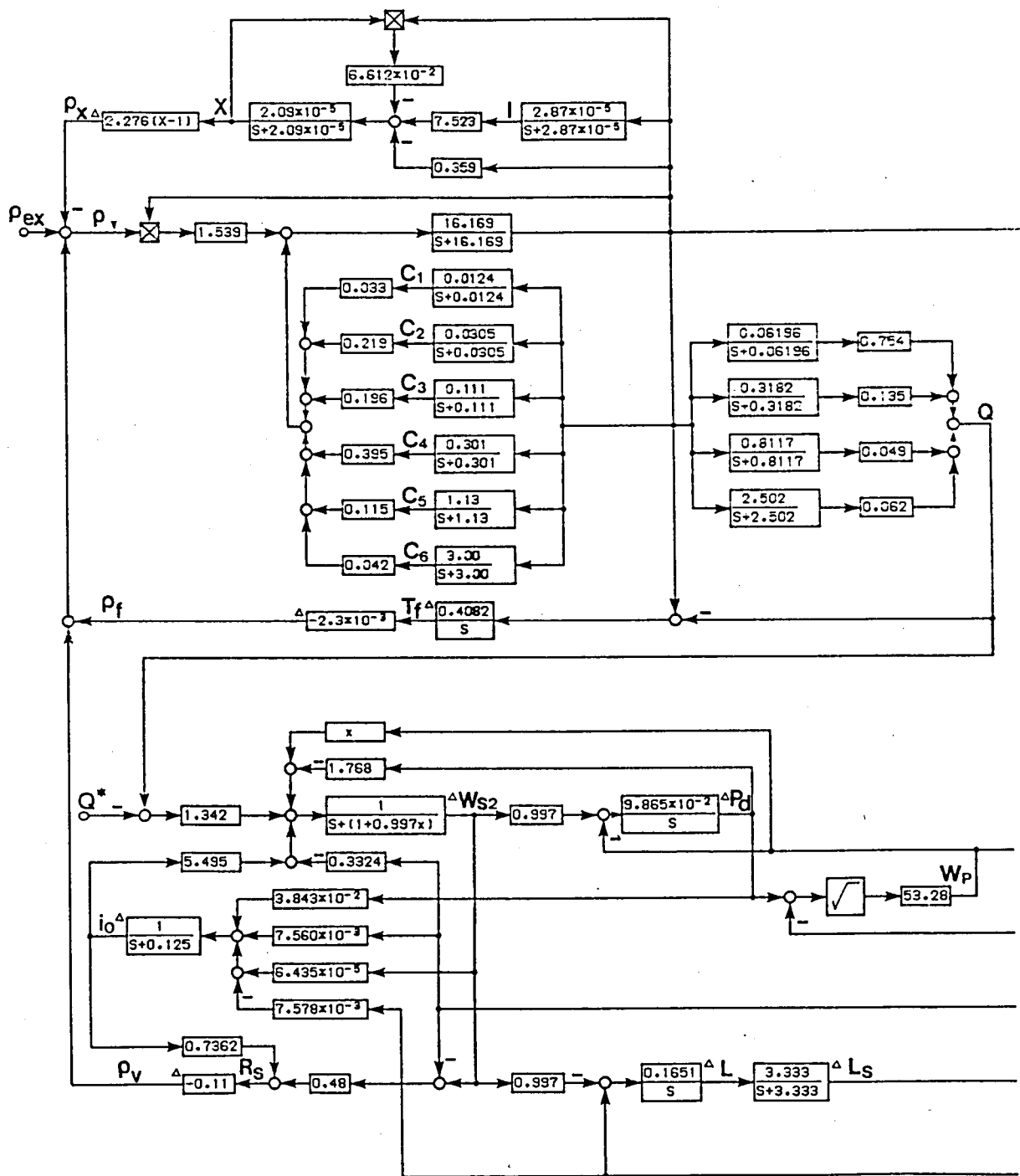
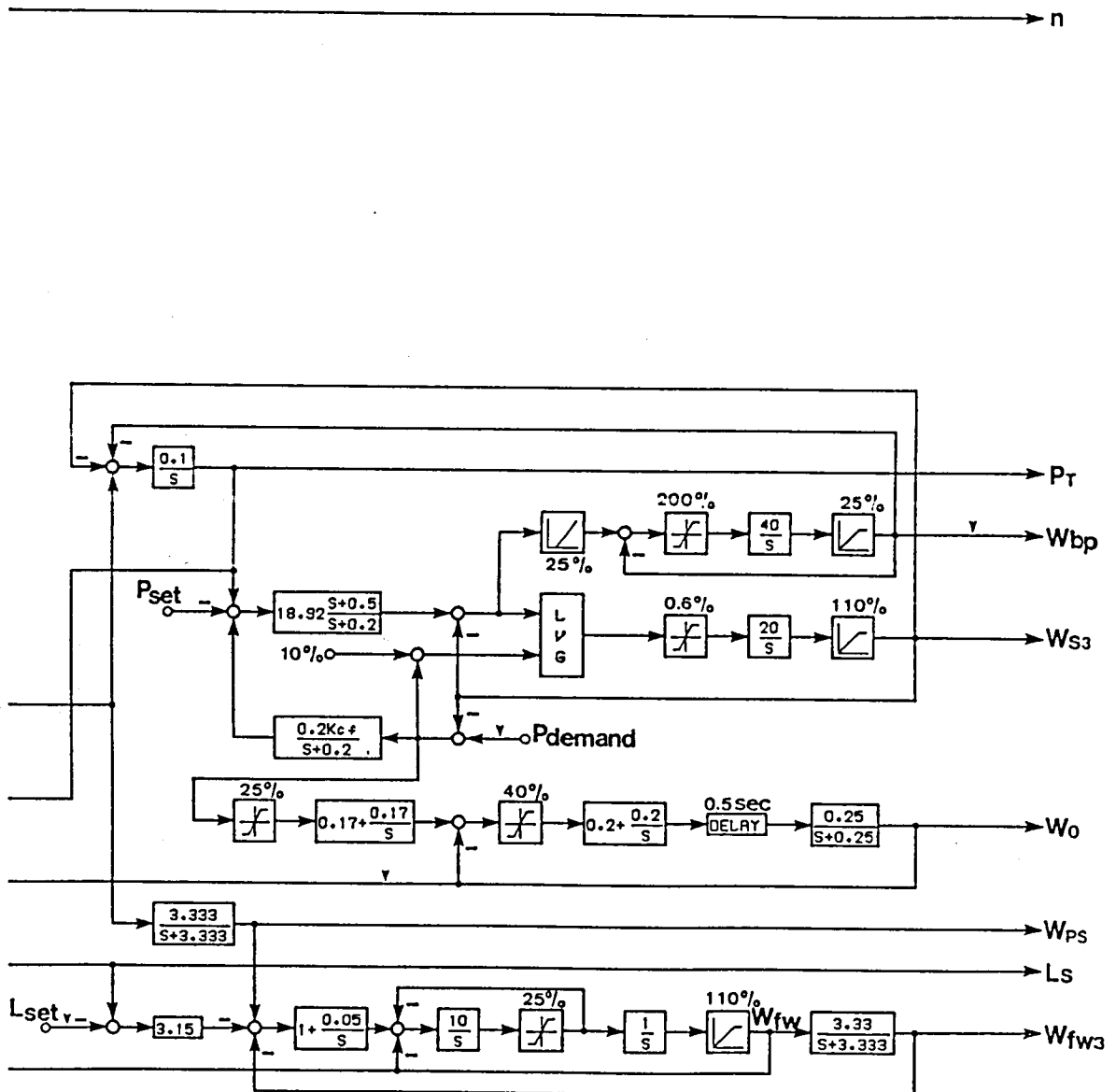


Fig.2.4 Block diagram of BWR plant simulator



で近似したときの係数ベクトル  $y_{a0}, y_{a1}$  は、それぞれの異常の種々の大きさに対するシミュレーション結果から、Table 2.3 のようになる。ここで、 $y_{a0}, y_{a1}$  の各要素は Table 2.2 にしめす観測信

Table 2.3 Coefficient of eq. (2.58)  
(to be continued)

group ID	1	2	3	4	5
$y_{a0}$	0.0000	0.0	0.009899	0.0	0.0
	0.0000	-0.002461	-0.022260	0.0	0.0
	0.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0000	0.0	-0.005207	0.0	0.0
	0.0000	-0.002905	-0.039532	0.0	0.0
	0.0000	0.0	0.043281	0.0	0.026304
	0.0000	0.0	-0.14361	0.0	-0.084923
$y_{a1}$	0.0000	0.99788	0.99649	0.0	0.0
	0.0000	0.072418	0.075999	0.0	0.0
	0.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0000	1.0000	1.0008	0.0	0.0
	0.0000	1.6418	1.6479	0.0	0.0
	0.0000	1.0000	0.99385	1.0000	0.99624
	0.0000	0.0	0.020515	-0.31746	-0.30533
group ID		6	7	8	9
$y_{a0}$		0.0	-0.005086	0.0	0.0
		-0.009842	-0.087169	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0
		-0.011597	-0.10239	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0
$y_{a1}$		0.99875	0.99834	0.0	0.0
		0.087401	0.080371	0.0	0.0
		0.021311	0.021311	0.0	0.0
		1.0000	1.0000	0.0	0.0
		1.0000	1.0000	0.0	0.0
		1.6597	1.6514	0.0	0.0
		1.0000	1.0001	0.0	0.0
		0.0	0.0	1.0000	1.0000

Table 2.3 Coefficient of eq. (2. 58)

group ID		10	11		
$y_{\alpha 0}$		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
$y_{\alpha 1}$		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		
		-46.509	-46.509		
		0.0	0.0		
		0.0	0.0		

号である。これから、それぞれの群における二次形式

$$q = a_d^2 y_{\alpha 1}^T \Sigma^{-1} y_{\alpha 1} \quad (2.59)$$

の値は、Table 2. 4 のようになる。これから明らかなように仮定

Table 2.4 Value of quadratic form eq. (2. 59)

group ID	$q$
1	0.0
2	30.831
3	30.935
4	6.2751
5	6.2234
6	151.66
7	150.18
8	4.0000
9	4.0000
10	9.1391
11	9.1391



$$a_d^2 y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1} \gg r = 8 \quad (2.60)$$

を満足しない。特に、群4、群5、群8、および群9では

$$a_d^2 y_{a1}^T \Sigma^{-1} y_{a1} < r = 8 \quad (2.61)$$

となっていることから、これらの群では雑音の影響により正常（群1）と大きく重なっていることがわかる。このことは、これらの群における判定を正しく行なうことができないことを表わしている。これを避け、正しい判定を行なうために、ここでは、観測に移動平均（Moving Average）型フィルタを適用して

$$\bar{y}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_{k-i} \quad (2.62)$$

とすることにより、観測雑音の低減をはかり、これを用いて判定を行なう。このとき、観測雑音の低減の程度と、異常の検出の遅延とのトレードオフから

$$N = 40 \quad (2.63)$$

とした。ここで用いたサンプリング間隔が0.3秒であることから、(2.63)式は12秒間の移動平均を意味する。

判定のためのしきい値  $q_0$  は、正常の群が自由度 8 の  $\chi^2$  分布に、その他の異常の群の中心では自由度 7 ( $= 8 - 1$ ) の  $\chi^2$  分布にしたがうことから、それぞれの群の中心における第一種の誤りの確率を5%以下とするものとして

$$q_0 = 15.51 \quad (2.64)$$

とした。このとき、第一種の誤りの確率は、正常の群で5%、その他の異常の中心では約3%となる。さらに、判定のしきい値を(2.64)式としたときの、判定確率をモンテカルロ法により評価した例を Fig. 2.5～7 にしめす。Fig. 2.5～7 は、蒸気の漏れに対する判定確率を表わしたものであり、 $\alpha$

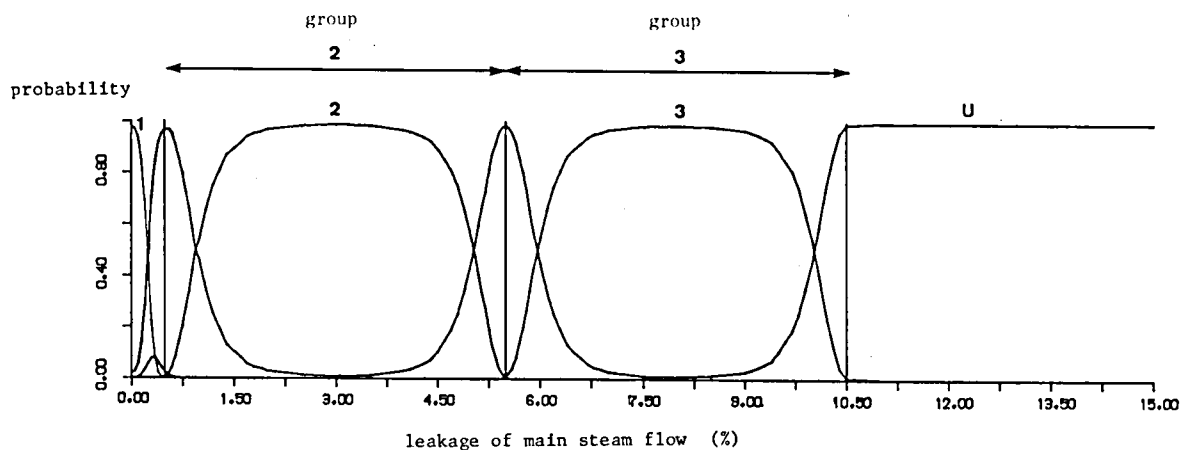


Fig.2.5 Probability of discrimination in the case of eq. (2.65)

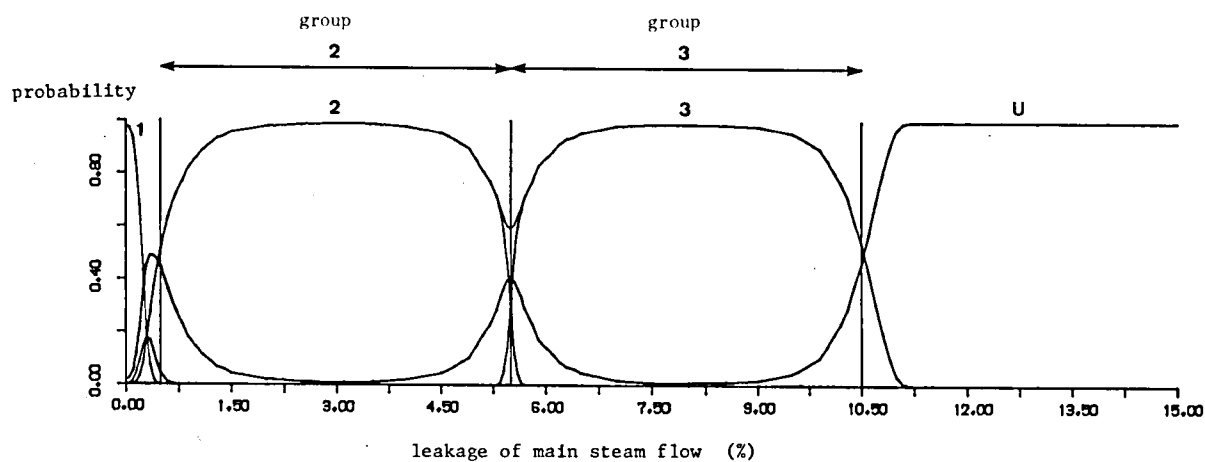


Fig.2.6 Probability of discrimination in the case of eq. (2.66)

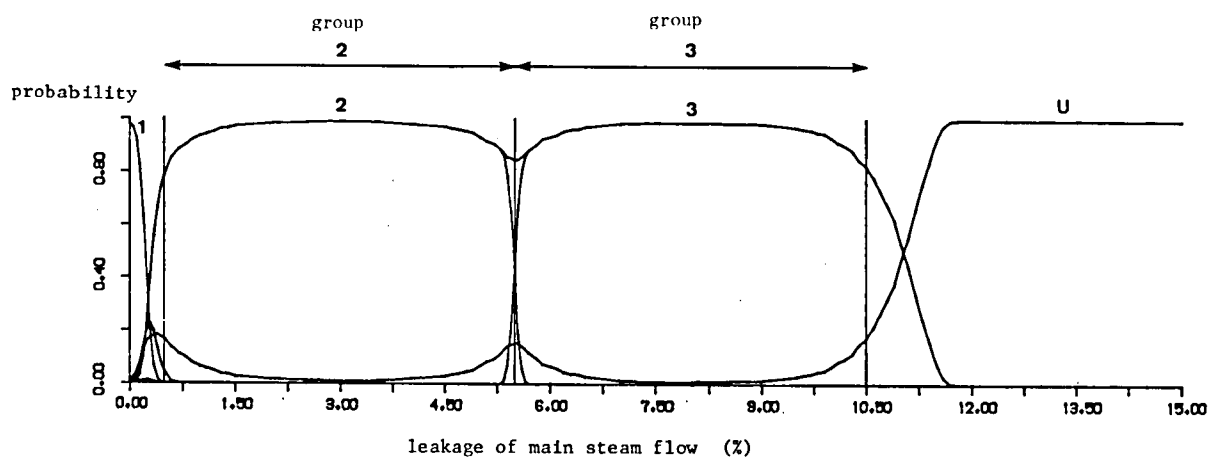


Fig.2.7 Probability of discrimination in the case of eq. (2.67)

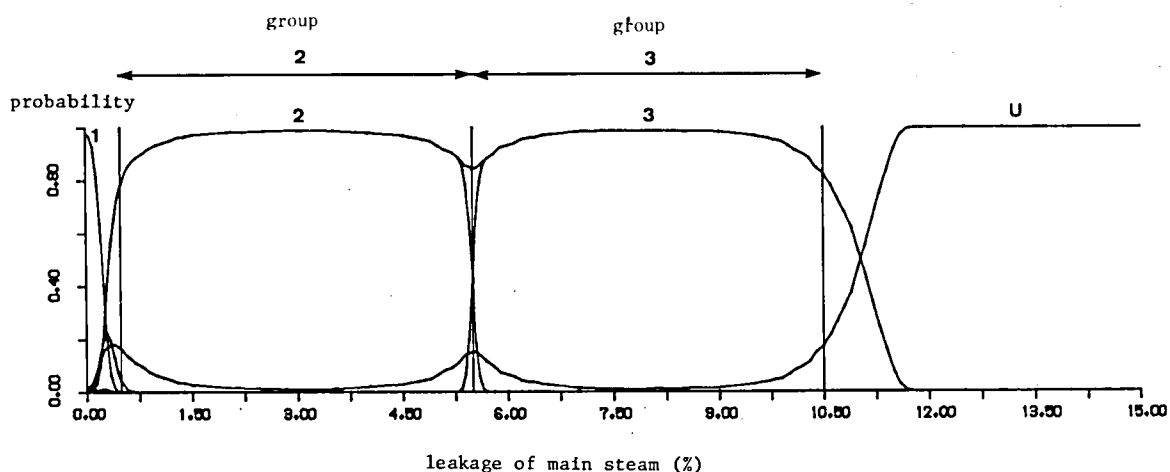
としてそれぞれ

$$\alpha = \frac{3}{q_0} \quad (2.65)$$

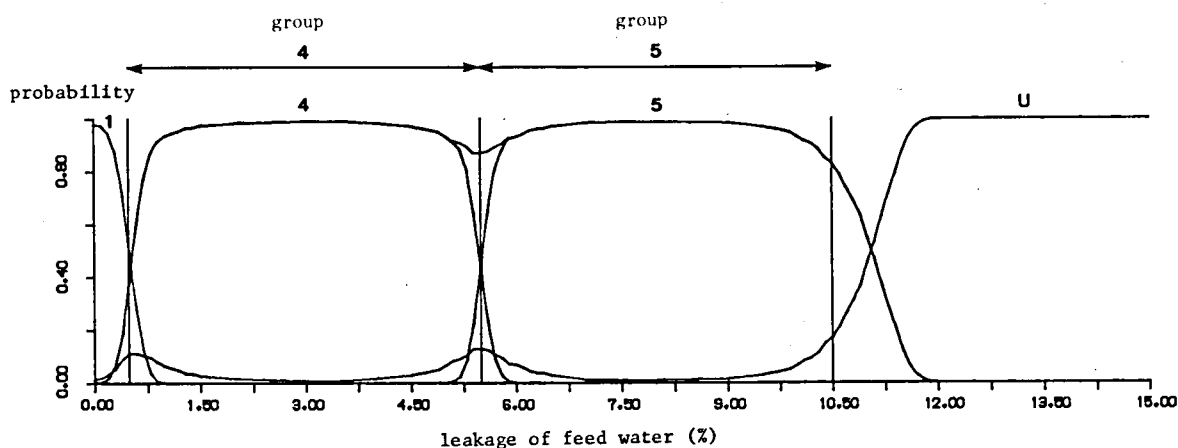
$$\alpha = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \frac{3}{q_0} \quad (2.66)$$

$$\alpha = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \frac{3}{q_0} \quad (2.67)$$

を用いた。これらは、 $|a - a_0|$  がそれぞれ  $a_d$ ,  $5/4 a_d$ ,  $3/2 a_d$  以上において、群に属すると判断される確率が0となるものである。すべての群に対して同様の評価を行なった結果、群の境界の内部での第一種の誤りの確率と、群の外部での第二種の誤りの確率とのトレードオフから、(2.67)式の $\alpha$ を用いてそれぞれの群の尤度関数を近似する。このとき、それぞれの異常に対する判定確率をFig. 2.8にしめ

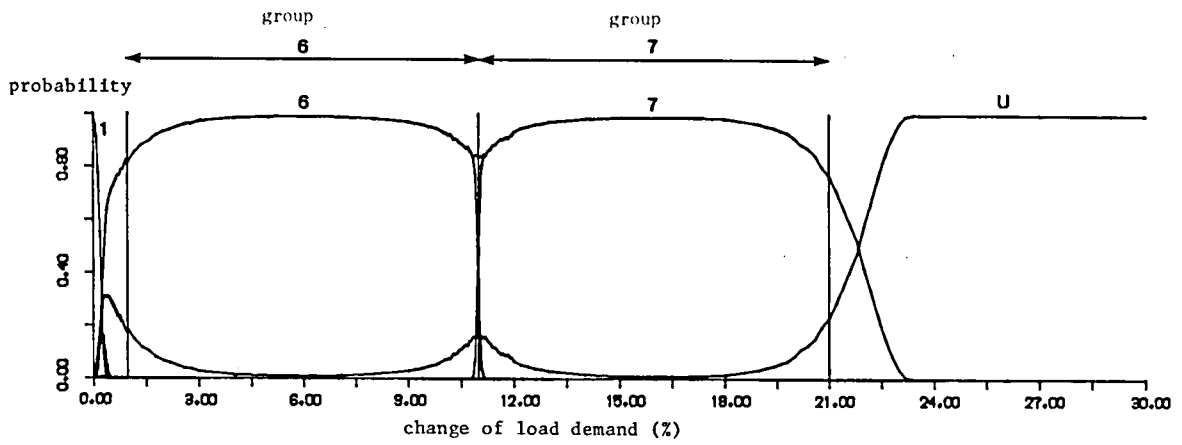


(a) Relation between probability of discrimination and leakage of main steam flow

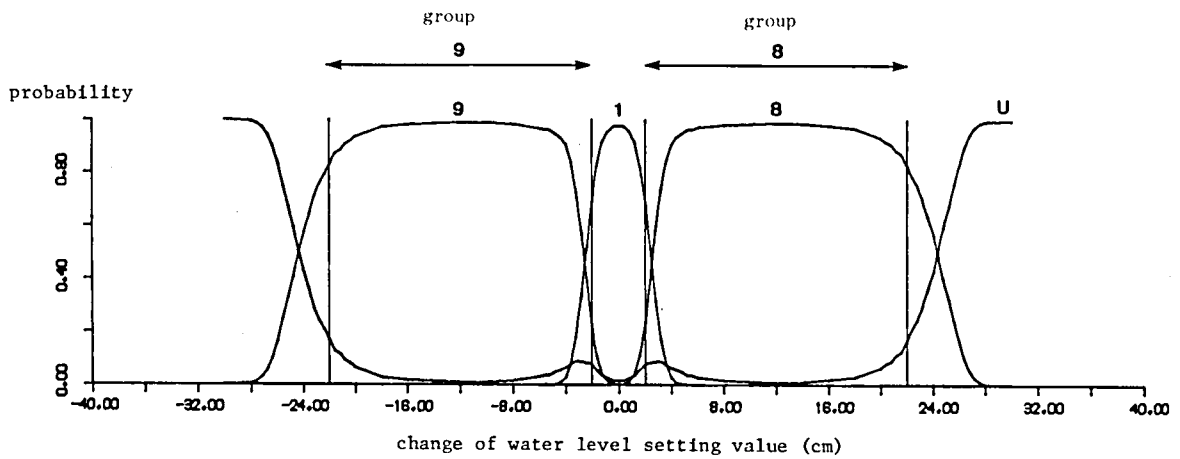


(b) Relation between probability of discrimination and leakage of feed water

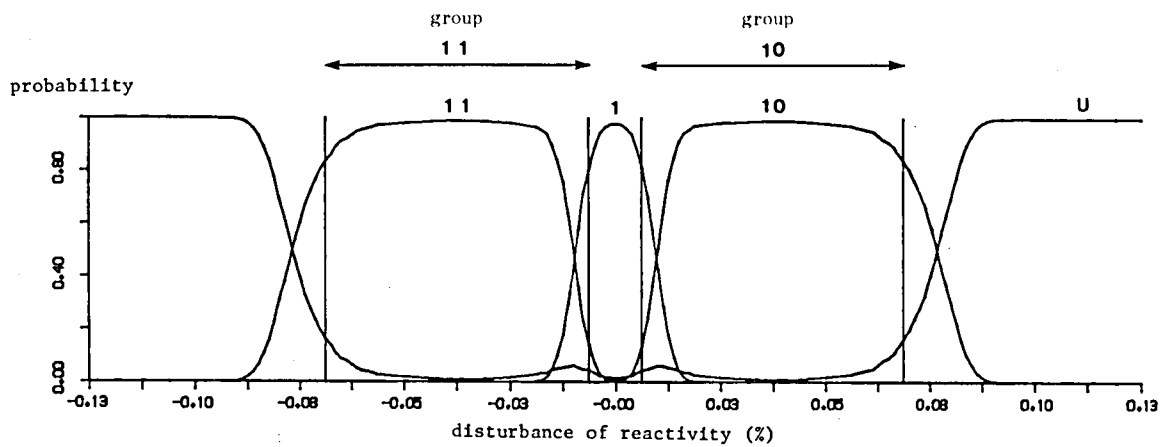
Fig.2.8 Probability of discrimination in the case of eq. (2.67)  
(to be continued)



(c) Relation between probability of discrimination and change of load demand



(d) Relation between probability of discrimination and change of water level setting value

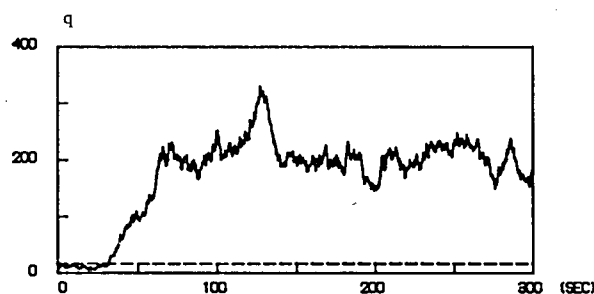


(e) Relation between probability of discrimination and disturbance of reactivity

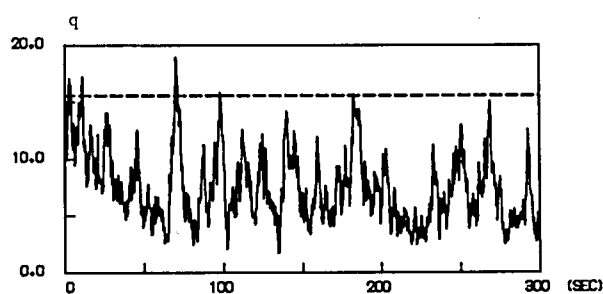
Fig.2.8 Probability of discrimination in the case of eq. (2.67)

す。Fig. 2.8 (a) において、群2と群3の境界で予期しない異常に対応する群であると判定される確率が増加し、群2あるいは群3と判定される確率が減少することがわかる。これは、群2および群3が対象とする異常の大きさの範囲を重複させることにより改善できることは明らかである。このことは、群4と群5、および群6と群7の境界においても同様である。また、群1（正常状態）と群2の境界においても予期しない異常に対応する群であると判定される確率が増加することがわかる。これは、群2が対象とする異常の大きさの下限をより小さく設定することにより改善されることは明らかである。このことは、群1と群4、群6、群8、群9、群10および群11の境界においても同様である。

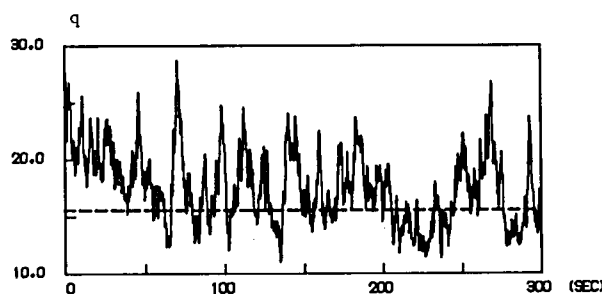
この近似された尤度関数を用いて計算機実験を行なった結果の一例を Fig.C. 1～3（付録－3）および Fig. 2.9 にしめす。Fig.C. 1～3（付録－3）および Fig. 2.9 において対象とした異常は、主



(a) Trajectory of quadratic form for group 1



(b) Trajectory of quadratic form for group 2



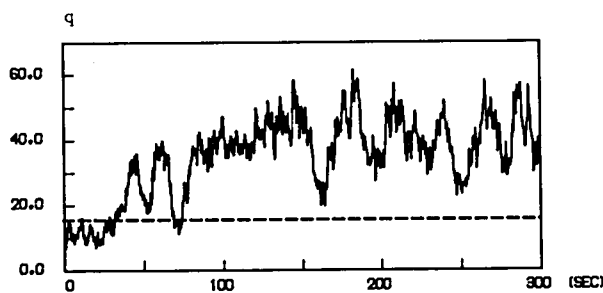
(c) Trajectory of quadratic form for group 3



(d) Trajectory of quadratic form for group 4



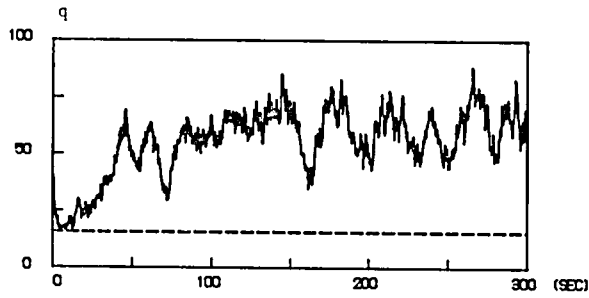
(e) Trajectory of quadratic form for group 5



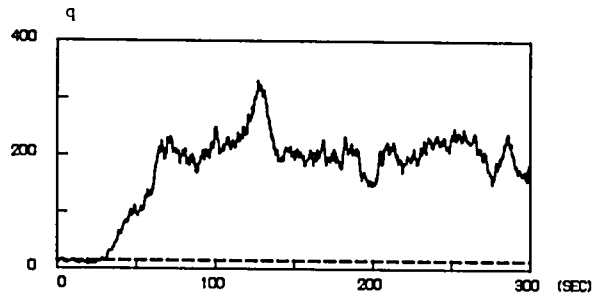
(f) Trajectory of quadratic form for group 6

Fig.2.9 Simulation results of disturbance discrimination  
in the case of  $W_{bp} = -1\%$

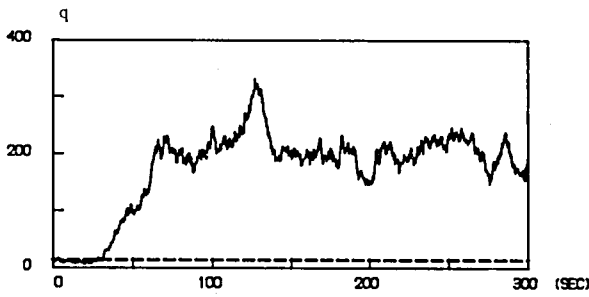
(to be continued)



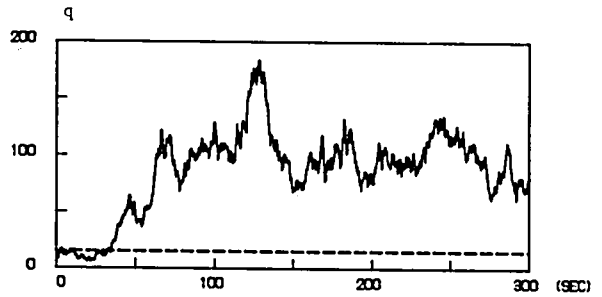
(g) Trajectory of quadratic form for group 7



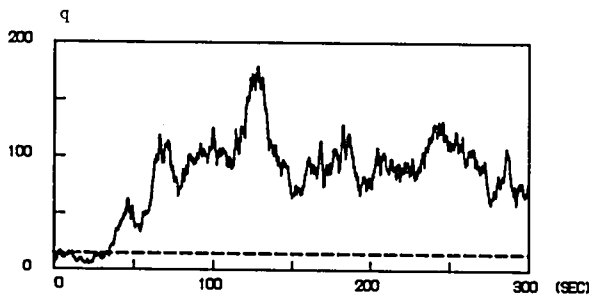
(h) Trajectory of quadratic form for group 8



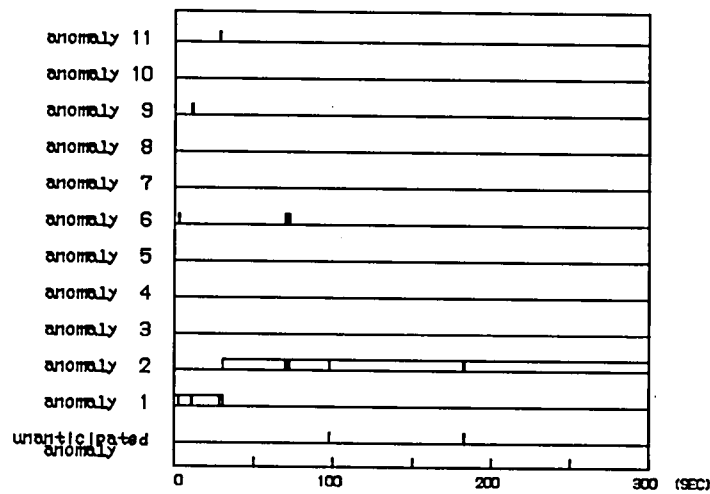
(i) Trajectory of quadratic form for group 9



(j) Trajectory of quadratic form for group 10



(k) Trajectory of quadratic form for group 11



(l) Trajectories of discriminated status

Fig.2.9 Simulation results of disturbance discrimination in the case of  $W_{bp} = -1\%$

蒸気定格流量の1%に相当する蒸気の漏れであり、0秒から50秒間ランプ状に増加し、以後一定となるようなものである。ここで、Fig.C. 1 (付録-3) は観測雑音を含まない観測, Fig.C. 2 (付録-3) は観測雑音を含む観測, および Fig.C. 3 (付録-3) は MA フィルタによる雑音の低減を行なった観測である。この雑音の低減を行なった観測による (2.43) 式の二次形式の値と、これを用いて判定を行なった結果を Fig 2.9 にしめす。ここで、Fig. 2.9 (a) ~ (k) はそれぞれ群1~11に対する二次形式の値であり、破線は判定のしきい値を表わす。また、Fig. 2.9 (1) において縦軸は群を表わし、群0は予期しない異常を表わす。さらに、Fig. 2.10 は3%の蒸気の漏れ, Fig. 2.11 は5%の蒸気の

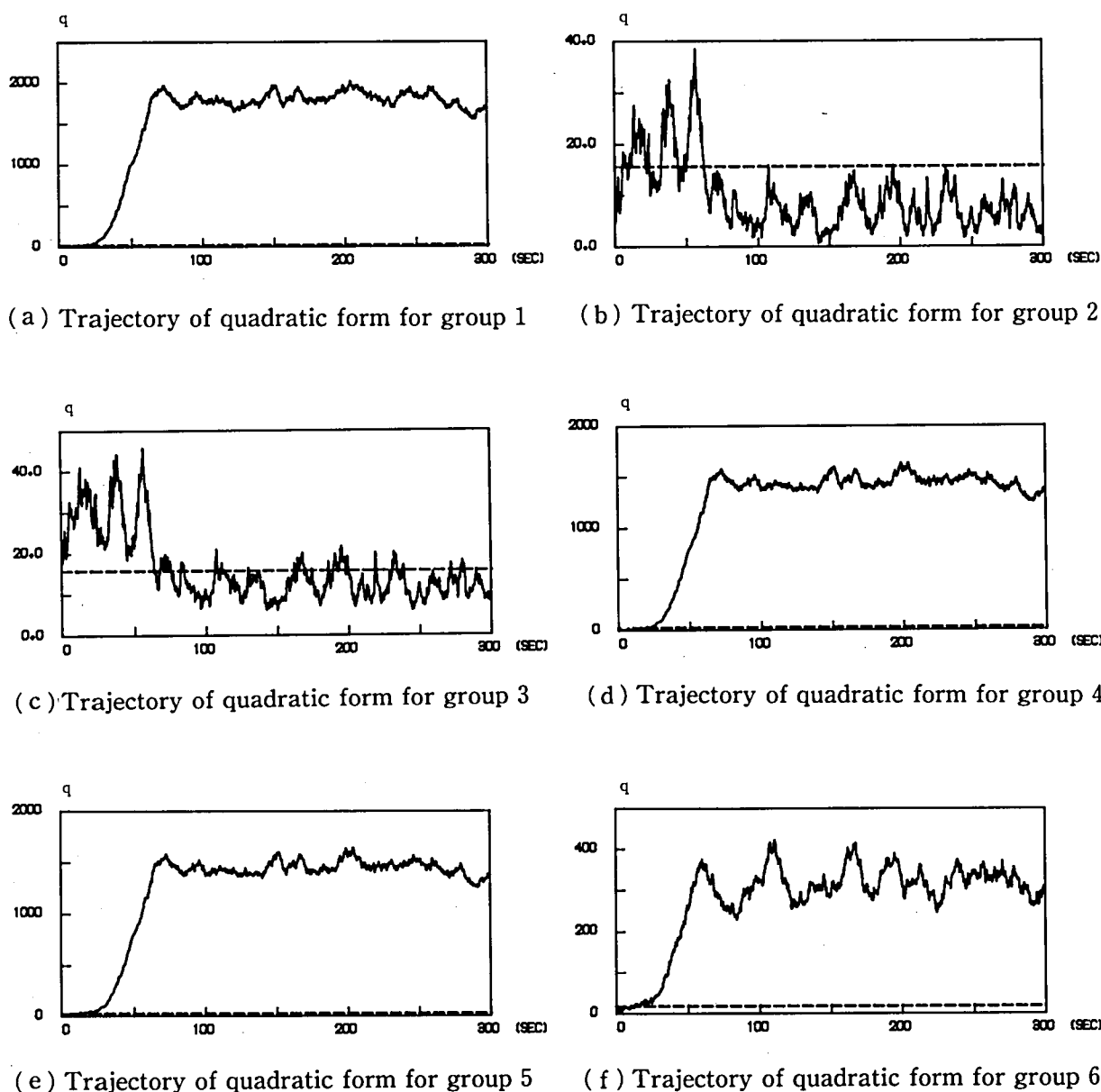
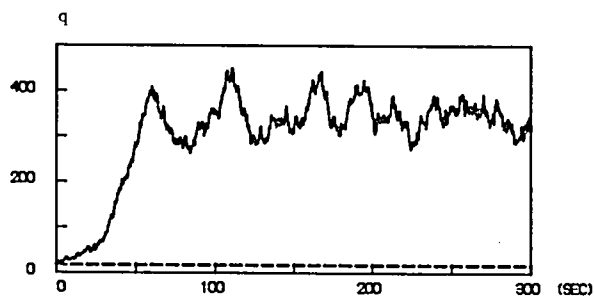
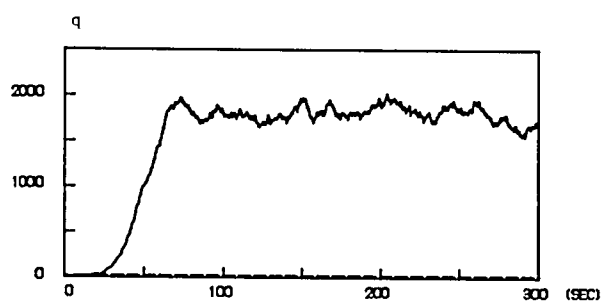


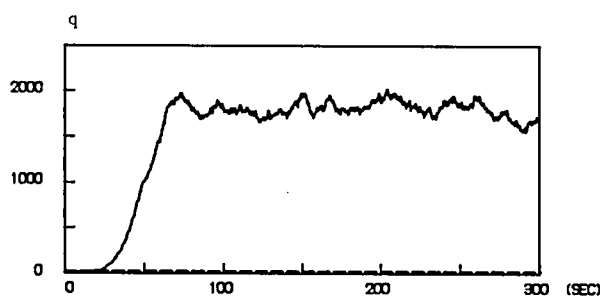
Fig.2.10 Simulation results of disturbance discrimination  
in the case of  $W_{bp} = -3\%$  (to be continued)



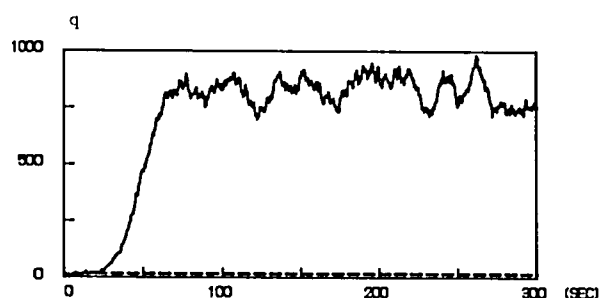
(g) Trajectory of quadratic form for group 7



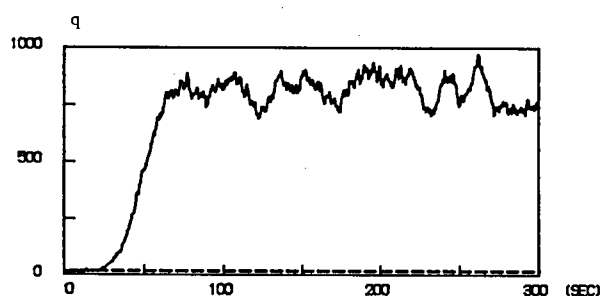
(h) Trajectory of quadratic form for group 8



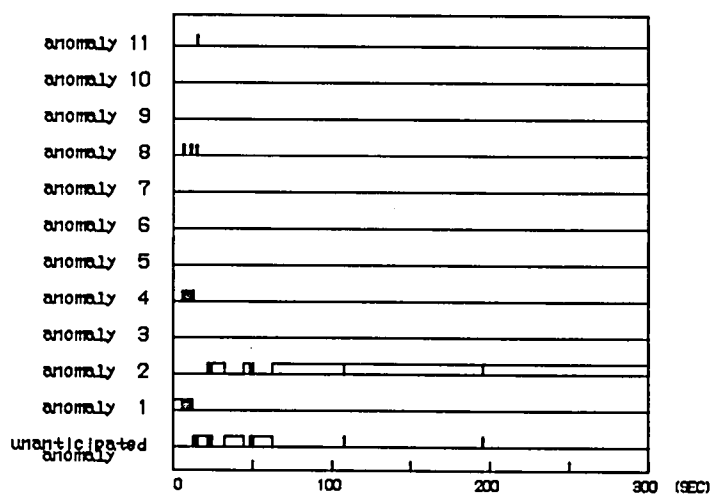
(i) Trajectory of quadratic form for group 9



(j) Trajectory of quadratic form for group 10



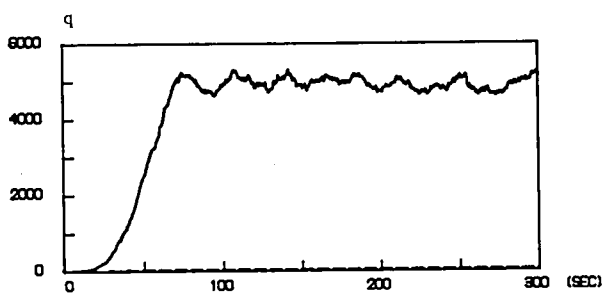
(k) Trajectory of quadratic form for group 11



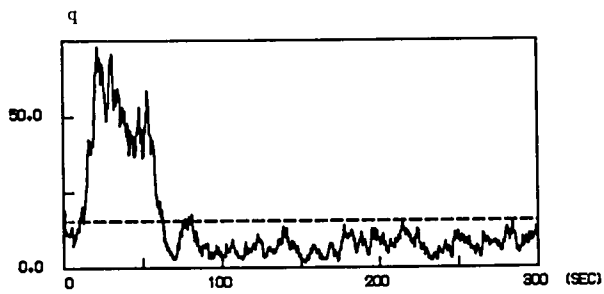
(l) Trajectories of discriminated status

Fig.2.10 Simulation results of disturbance discrimination in the case of  $W_{bp} = -3\%$

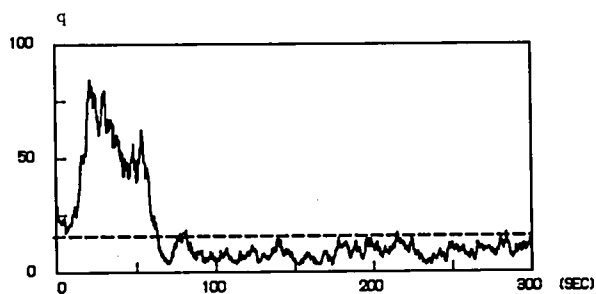




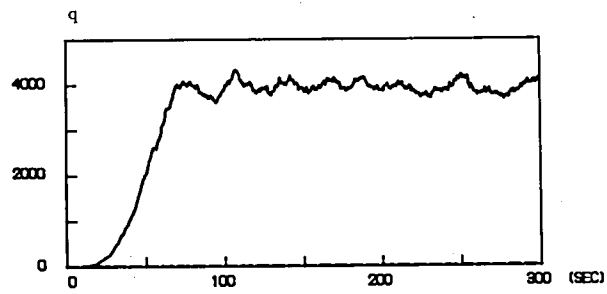
(a) Trajectory of quadratic form for group 1



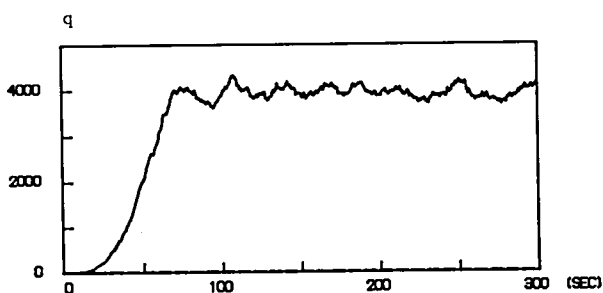
(b) Trajectory of quadratic form for group 2



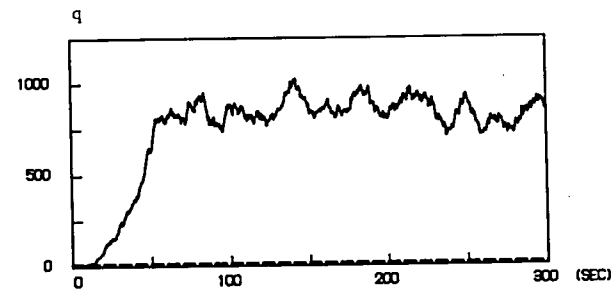
(c) Trajectory of quadratic form for group 3



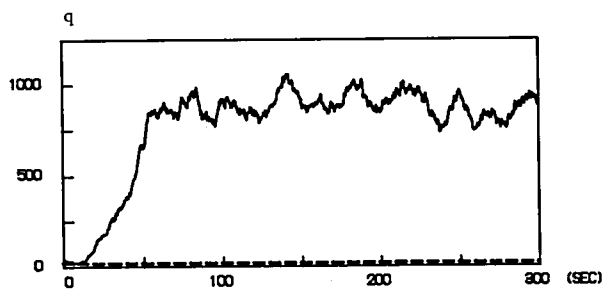
(d) Trajectory of quadratic form for group 4



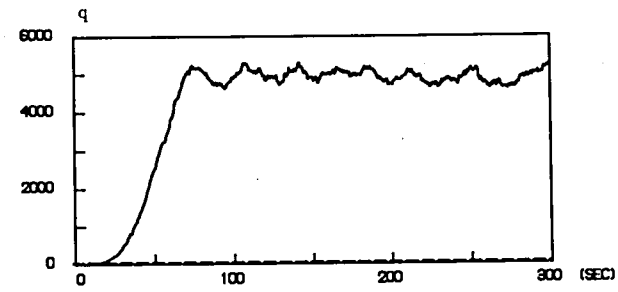
(e) Trajectory of quadratic form for group 5



(f) Trajectory of quadratic form for group 6



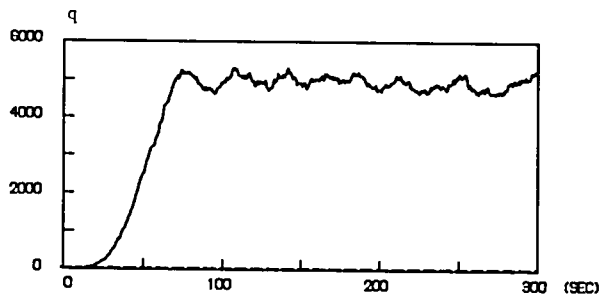
(g) Trajectory of quadratic form for group 7



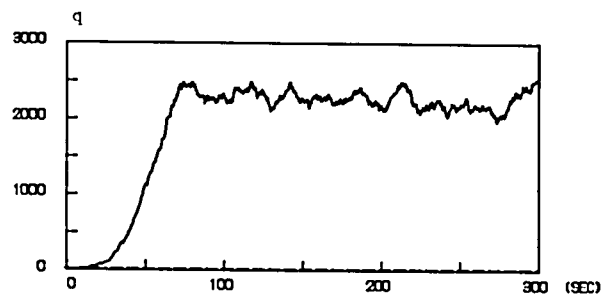
(h) Trajectory of quadratic form for group 8

Fig.2.11 Simulation results of disturbance discrimination  
in the case of  $W_{bp} = -5\%$

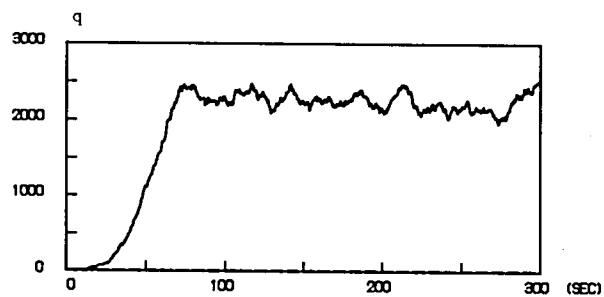
(to be continued)



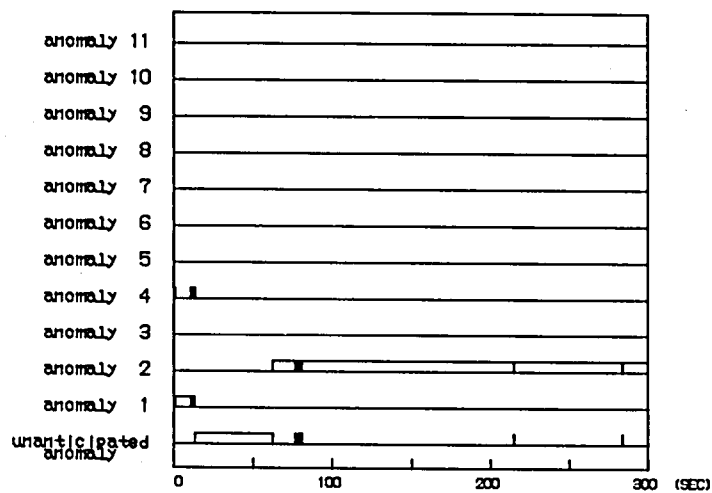
( i ) Trajectory of quadratic form for group 9



( j ) Trajectory of quadratic form for group 10



( k ) Trajectory of quadratic form for group 11



( l ) Trajectories of discriminated status

Fig.2.11 Simulation results of disturbance discrimination in the case of  $W_{bp} = -5\%$

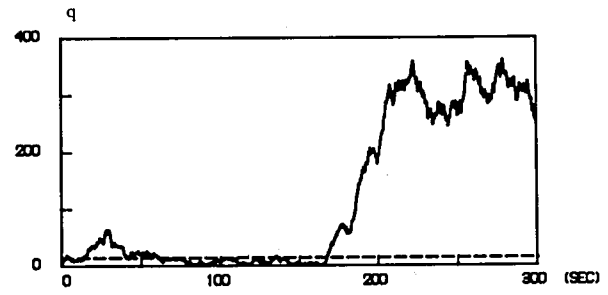
漏れに対する (2.43) 式の二次形式の値と、これを用いて判定を行なった結果である。

Fig. 2. 9～11 から、ここで述べた手法による異常判別が良好な性能を有することがわかる。また、これらの図において、対応する群（群2および群3）以外の群に対する二次形式の値が非常に大きいことから、あらかじめ想定した群から、蒸気の漏れを除いて判別を行なった場合、予期しない異常と判定することは明らかである。他の異常についても同様であることを確認した。

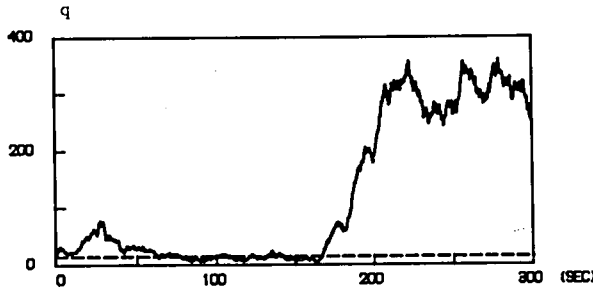
Fig. 2. 12 は 0 秒から 50 秒間ランプ状に発生する 3 % の蒸気の漏れおよび 150 秒から 50 秒間ランプ状



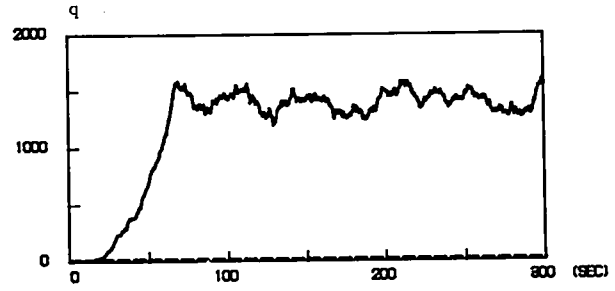
(a) Trajectory of quadratic form for group 1



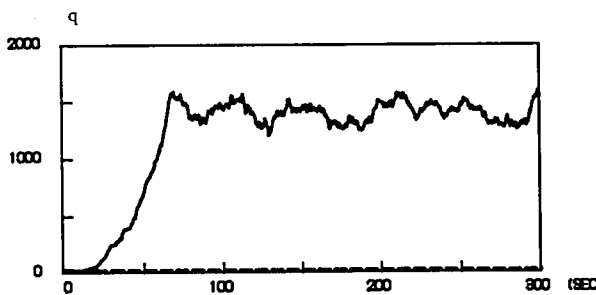
(b) Trajectory of quadratic form for group 2



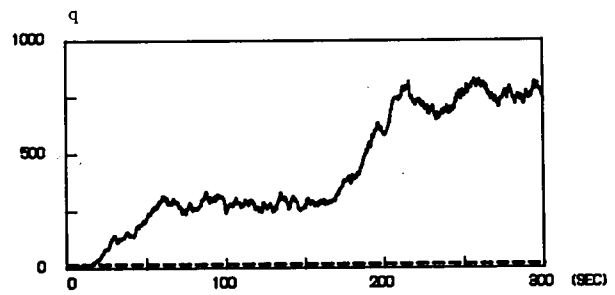
(c) Trajectory of quadratic form for group 3



(d) Trajectory of quadratic form for group 4

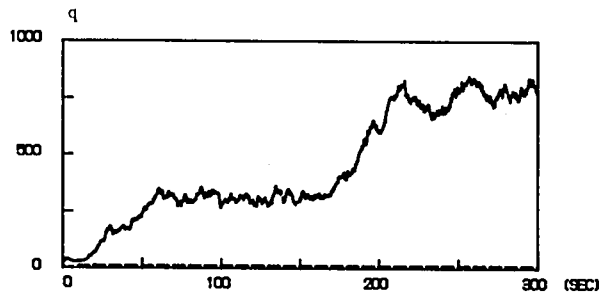


(e) Trajectory of quadratic form for group 5

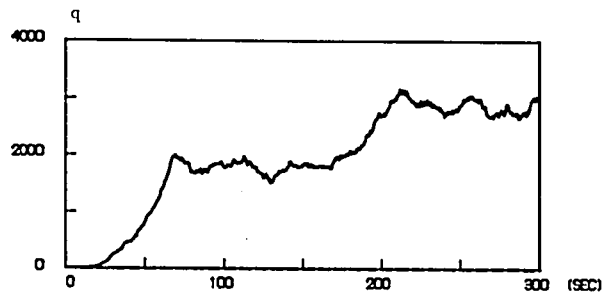


(f) Trajectory of quadratic form for group 6

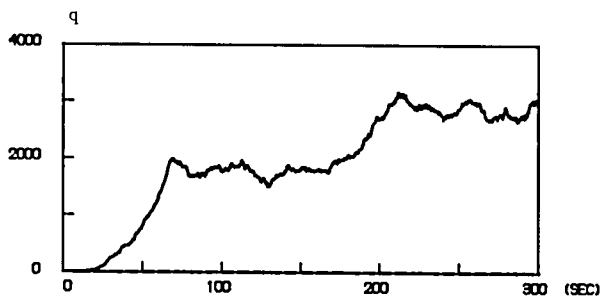
Fig.2.12 Simulation results of disturbance discrimination  
in the case of  $W_{bp} = -3\%$  and  $W_{fw} = -3\%$   
(to be continued)



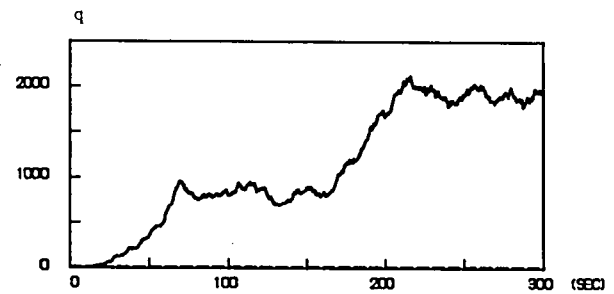
(g) Trajectory of quadratic form for group 7



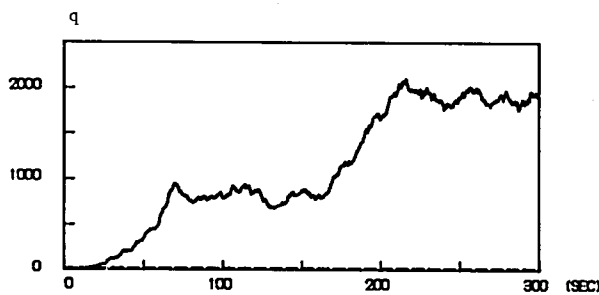
(h) Trajectory of quadratic form for group 8



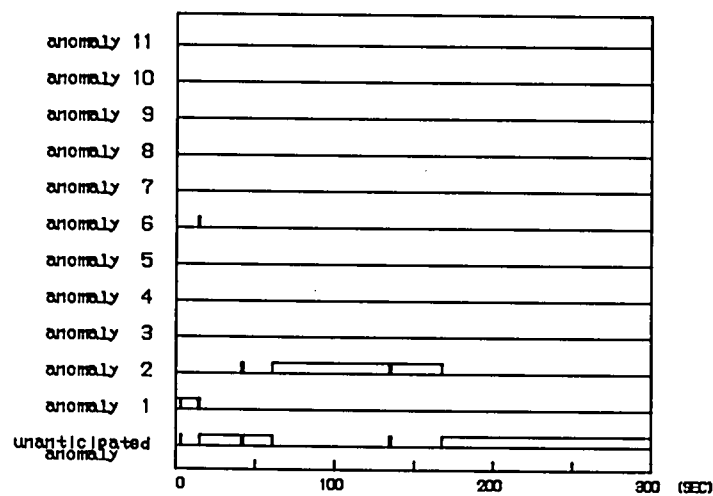
(i) Trajectory of quadratic form for group 9



(j) Trajectory of quadratic form for group 10



(k) Trajectory of quadratic form for group 11



(l) Trajectories of discriminated status

Fig.2.12 Simulation results of disturbance discrimination in the case of  $W_{bp} = -3\%$  and  $W_{fw} = -3\%$

に発生する 3 % の給水の漏れに対して、(2.23) 式の二次形式の値と、これを用いて判定を行なった結果をしめしたものである。Fig. 2.12 から、最初の異常（蒸気の漏れ）に対しては正しく判定しているが、2 番目の異常（給水の漏れ）が発生した後は予期しない異常と判定していることがわかる。他の異常に対しても同様であることを確認した。

以上の例からもわかるように、本手法は単一異常および予期しない異常について、異常の過渡期を除いて良好な判別を行なうことができる。

## 2-5 結 論

本章では、それぞれの異常の群に対する尤度関数を正規分布の確率密度関数で近似し、この近似された尤度関数が最大となる群に現在の状態が属していると判別する（最尤推定）手法について述べた。この手法は、判別関数を用いた手法では不可能であった予期しない異常の検出が可能である。これは、誤った判別をもとに誤った操作が行なわれることを防止するためにも重要である。また、対象とする異常を追加した場合でも、新たに追加した異常に対してのみ正規分布で近似された尤度関数を与えることにより適用可能であり、拡張性に優れている。しかしながら、この手法は静的あるいは準静的な異常に対して静的な判定を行なうことから、動的な異常（変化の激しい異常）に対しては判定を誤り、適用することができない。

本章で述べた最尤推定による判別手法が有効であることを計算機実験により確かめた。

動的な異常や、より小さな異常に対しても適用することができる手法の開発は今後の課題である。

### 第3章 射影作用素を用いた異常判別

原子力プラントの異常診断システムにおいて、異常が発生したとき、これに対する操作を操作員が誤った場合や、運転状態が変化することにより、それまで明らかでなかった異常が現われる場合を含めた多重異常についても判別できることが好ましい。しかしながら、前章で述べた手法では、このような多重異常を判別することができない。本章では、プラントに発生した異常の大きさが小さいとき、観測が異常の大きさに対して線形である（あるいは、線形で十分近似できる）場合、プラントを異常を表わす線形空間（実線形空間、以下同じ）から観測を表わす線形空間への線形写像と考えることにより、多重異常についても適用できる異常判別手法について述べる。なお、本章では線形作用素とそれに対応する行列とは特に区別しない。

#### 3-1 射影作用素

射影作用素<sup>21)</sup>とは、線形空間  $\mathcal{Y}$  を  $\mathcal{Y}$  自身に写像する線形作用素の中で

$$P = P^2 \quad (3.1)$$

$$P = P^* \quad (3.2)$$

を満足する線形作用素である。ここで、(3.2) 式右辺は  $P$  の共役作用素（対応する行列では転置行列となる）を表わし、(3.2) 式の関係を満たす線形作用素  $P$  は自己共役作用素と呼ばれる。さらに

$$0 \leq P \leq I \quad (3.3)$$

が成立する。すなわち

$$0 \leq \langle Py, y \rangle \leq \langle Iy, y \rangle \quad y \in \mathcal{Y} \quad (3.4)$$

である。ここで、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$  は内積を表わす。このとき、射影作用素  $P$  の値域を

$$\mathcal{R}(P) = \{ z \mid z = Py, \forall y \in \mathcal{Y} \} \quad (3.5)$$

とすれば、 $\mathcal{R}(P)$  は  $\mathcal{Y}$  の線形部分空間であり、射影作用素  $P$  により  $\mathcal{Y}$  に含まれる任意の要素  $y$  を部分空間  $\mathcal{R}(P)$  に写像することができる。

いま、空間  $\mathcal{Y}$  に含まれる  $k$  個の一次独立な要素  $f^i (i = 1, 2, \dots, k)$  の張る線形部分空間を  $\mathcal{F}$  とすれば、 $y$  は  $\mathcal{F}$  とその直交補空間  $\mathcal{F}^\perp$  を用いて

$$y = \mathcal{F} + \mathcal{F}^\perp \quad (3.6)$$

と2つの部分空間の直和に分解できる。このとき、 $\mathcal{Y}$  に含まれる任意の要素  $y$  を

$$y = y_F + y_F^\perp, \quad y_F \in \mathcal{F}, \quad y_F^\perp \in \mathcal{F}^\perp \quad (3.7)$$

と分解すれば、 $y_F$  は  $\mathcal{F}$  に含まれることから

$$y_F = F a, \quad a \in \mathcal{A} \quad (3.8)$$

と表わすことができる。ここで、 $\mathcal{A}$  は  $k$  次元線形空間であり、 $F$  は

$$F = [f^1 \ f^2 \ \dots \ f^k] \quad (3.9)$$

で定義される  $\mathcal{A}$  から  $\mathcal{F}$  への線形作用素である。要素  $f^i (i = 1, 2, \dots, k)$  が一次独立であることから、 $F$  は1対1写像となり逆作用素  $inv(F)$  が存在し

$$inv(F) = (F^T F)^{-1} F^T \quad (3.10)$$

で与えられる。したがって、(3.8) 式より

$$a = inv(F) y_F \quad (3.11)$$

が成立する。いま

$$P_F = F (F^T F)^{-1} F^T \quad (3.12)$$

とおけば、 $P_F$  は (3.1), (3.2) 式を満足し、さらに

$$\mathcal{R}(P_F) = \mathcal{F} \quad (3.13)$$

から、 $P_F$  は  $\mathcal{Y}$  から  $\mathcal{F}$  への射影作用素であり

$$P_F y = y_F \quad (3.14)$$

が成り立つ。また

$$\text{inv}(F) = \text{inv}(F) P_F \quad (3.15)$$

となることから

$$\begin{aligned} a &= \text{inv}(F) y_F \\ &= \text{inv}(F) P_F y \\ &= \text{inv}(F) y \end{aligned} \quad (3.16)$$

が成立する。

### 3-2 射影作用素を用いた異常判別手法

$r$  個の成分  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) からなる観測

$$y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]^T \quad (3.17)$$

について考える。いま、あらかじめ予想された異常に対して観測が線形であると仮定する。すなわち、各異常の大きさが  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) であるときの観測  $y$  は

$$\begin{aligned} y &= \sum f^i a_i \\ &= F a \end{aligned} \quad (3.18)$$



で与えられるとする。ここで

$$a = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_k]^T \quad (3.19)$$

であり、 $f^i$  は大きさ1の異常  $i$  が生じたときの観測 ( $r$ 次元ベクトル) である。このとき、プラントから得られる観測を、 $f^i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) の張る線形部分空間  $\mathcal{F}$  とその直交補空間  $\mathcal{F}^\perp$  に射影し、それぞれについて考える。

まず、 $\mathcal{F}$  への射影

$$y_F = P_F y \quad (3.20)$$

について考える。ここで、 $f^i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) が一次独立 (すなわち、相異なる異常が同じ観測を与えない) であれば、異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  は

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \text{inv}(F) y_F \\ &= \text{inv}(F) y \end{aligned} \quad (3.21)$$

により求めることができる。観測雑音が存在しない場合には、(3.21) 式で与えられる異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  は実際にプラントに発生した異常の大きさに一致することから、 $\hat{a}$  の成分  $\hat{a}_i$  からそれぞれの異常の大きさを求めることができる。しかしながら、観測雑音が存在する場合には、 $\hat{a}$  は観測雑音の影響を受けることから、本章では、各  $\hat{a}_i$  に対して適当なしきい値を定め、これを用いて、それぞれの異常の有無を判定するものとする。このため、異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  における観測雑音の影響について考える。いま、 $y$  が平均0、分散  $\Sigma$  の  $r$ 次元正規分布にしたがうと仮定する。このとき、(3.21) 式で与えられる  $a$  の平均および分散は

$$\begin{aligned} E[\hat{a}] &= E[\text{inv}(F) y] \\ &= \text{inv}(F) E[y] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} E[\hat{a} \hat{a}^T] &= E[\text{inv}(F) y y^T \text{inv}(F)^T] \\ &= \text{inv}(F) \Sigma \text{inv}(F)^T \end{aligned} \quad (3.23)$$

で与えられる。したがって、 $\hat{a}$  の各成分  $\hat{a}_i$  はそれぞれ平均 0、分散  $\sigma_i^2$  の 1 次元正規分布にしたがう。ただし

$$\sigma_i^2 = (E[\hat{a}\hat{a}^T])_{ii} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (3.24)$$

である。

以上の考察から、それぞれの異常  $i$  に対するしきい値  $a_{i0}$  を用いて

$$\begin{aligned} a_{i0} < \hat{a}_i & \quad \text{なら, 異常 } i (+) \text{ が発生} \\ -a_{i0} \leq \hat{a}_i \leq a_{i0} & \quad \text{なら, 異常 } i \text{ は発生していない} \\ \hat{a}_i \leq -a_{i0} & \quad \text{なら, 異常 } i (-) \text{ が発生} \end{aligned} \quad (3.25)$$

と判定する。ここで、異常  $i (+)$  はその大きさが正の異常  $i$  を、異常  $i (-)$  はその大きさが負の異常  $i$  を意味する。

いま、プラントに大きさ  $a_i$  の異常  $i$  が生じたとき、平均 0、分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがう観測雑音を含む観測  $y$  を用いて、(3.21) 式から異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  を求め、さらに、(3.25) の判定を行なったとき、異常  $i (+)$ 、異常  $i$  でない、および、異常  $i (-)$  と判定される確率をそれぞれ  $P_{i+}$ 、 $P_{i0}$ 、および、 $P_{i-}$  とすれば

$$\begin{aligned} P_{i+}(\xi_i, a_i) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{a_i}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\eta - \xi_i)^2\right\} d\eta \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left\{(\alpha_i - \xi_i)/\sqrt{2}\right\} \\ P_{i0}(\xi_i, a_i) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-a_i}^{a_i} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\eta - \xi_i)^2\right\} d\eta \\ &= \frac{1}{2} [\operatorname{erf}\left\{(\alpha_i + \xi_i)/\sqrt{2}\right\} + \operatorname{erf}\left\{(\alpha_i - \xi_i)/\sqrt{2}\right\}] \\ P_{i-}(\xi_i, a_i) &= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{-a_i} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\eta - \xi_i)^2\right\} d\eta \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left\{(\alpha_i - \xi_i)/\sqrt{2}\right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

となる。ここで、

$$\alpha_i = \frac{a_{i0}}{\sigma_i}$$

$$\xi_i = \frac{a_i}{\sigma_i}$$

(3.27)

である。このとき、しきい値  $a_{i0}$  をパラメータとしたときのプラントに生じた異常の大きさ  $a_i$  に対する判定確率の例を Fig. 3.1 に示す。ここで、 $\alpha_i=1.6449, 1.9600, 2.575$  は、それぞれ  $P_{i0}(0, \alpha_i) =$

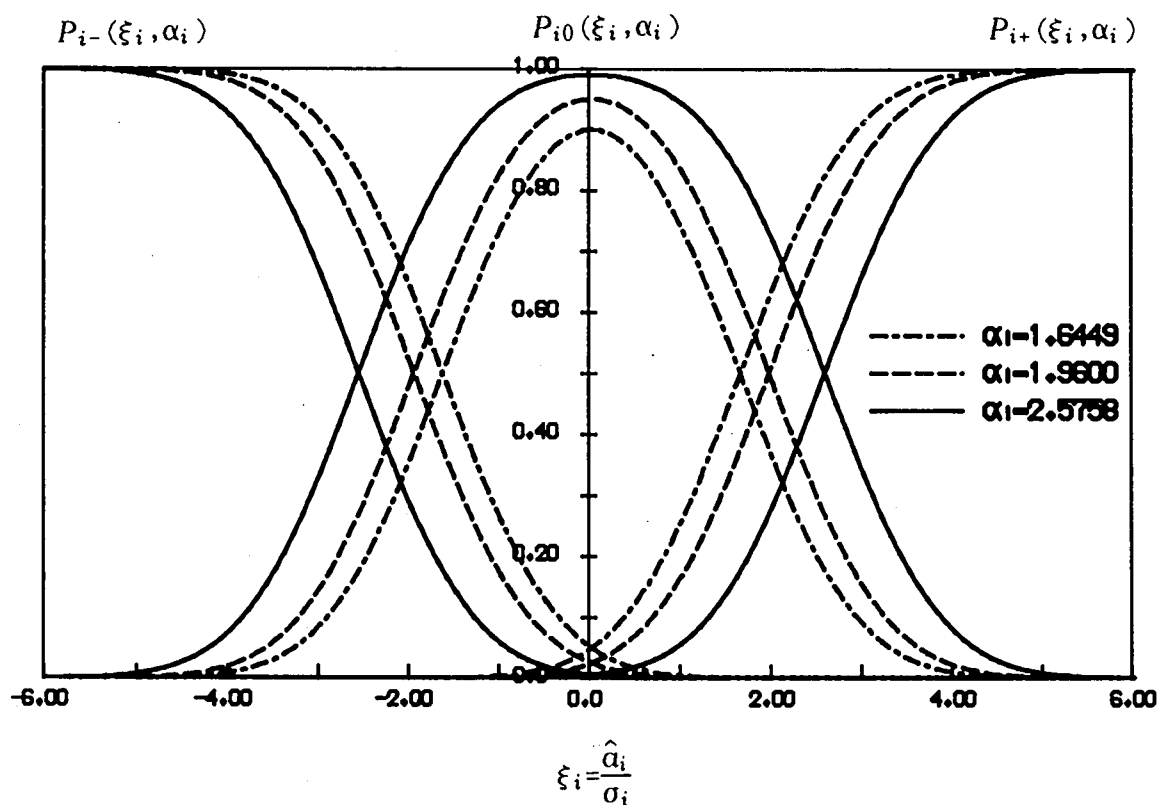


Fig.3.1 Discriminate probability of procedure (3.25)

0.90, 0.95, 0.99 に対応する。

これを、仮説

異常  $i$  が発生している

(3.28)

に対する統計的検定と考えれば、 $P_{i0}(\xi_i, \alpha_i)$  はプラントに生じた大きさ  $\alpha_i$  の異常  $i$  に対する第一種の誤り（すなわち、異常  $i$  が発生しているにもかかわらず、異常  $i$  が発生していないと判定する）の確率であり、 $1 - P_{i0}(0, \alpha_i)$  は第二種の誤り（すなわち、異常  $i$  が発生していないにもかかわらず、異常  $i$  が発生していると判定する）の確率である。良い判別法というのは、この2種類の誤りになるべく小さくするような方法であるということができる。しかしながら、Fig. 3.1 から明らかなようにこの2種類の誤りの確率は、判定のしきい値に対して、相反した性質をもっている。このことから本章では、第一種および第二種の誤りの確率のトレードオフを実現するように判定のしきい値を定めるものとする。

つぎに、 $\mathcal{F}$  の直交補空間  $\mathcal{F}^\perp$  への射影

$$y_F^\perp = (I - P_F) y \quad (3.29)$$

について考えると、これはあらかじめ考慮した異常が発生したときの観測  $Fa$  ( $\forall a \in \mathcal{A}$ ) に対して

$$(I - P_F) Fa = 0 \quad (3.30)$$

となることから、(3.29) 式の  $y_F^\perp$  はあらかじめ考慮した異常からのずれを表わす。したがって、このずれを利用して、予期しない異常（あらかじめ考慮した異常以外の異常）の検出を行なうことができる。すなわち、 $y_F^\perp$  の大きさが一定以上になるとき、予期しない異常であると判別する。この場合、あらかじめ考慮した異常からのずれが大きく、(3.18) 式の仮定が成立しない、すなわち、あらかじめ考慮した  $k$  個の異常の線系結合で表わすことができないため、(3.25) のそれぞれの異常の有無の判別は意味をもたない。このことから、予期しない異常と判別されたときには、(3.25) の判別を行なわない。 $y_F^\perp$  においても、判定のしきい値を決定するとき、観測雑音の影響を考慮しなければならない。いま、 $y$  が平均  $Fa$  ( $\forall a \in \mathcal{A}$ )、分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがうと仮定すれば、 $y_F^\perp$  は平均

$$\begin{aligned} E[y_F^\perp] &= E[(I - P_F) y] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

分散

$$\begin{aligned} E[y_F^\perp y_F^{\perp T}] &= E[(I - P_F) y y^T (I - P_F)] \\ &= (I - P_F) \Sigma (I - P_F) \end{aligned} \quad (3.32)$$

の正規分布にしたがう。明らかに

$$\text{rank} \{ (I - P_F) \Sigma (I - P_F) \} = r - k \quad (3.33)$$

である。したがって、二次形式

$$q(y_F^\perp) = y_F^{\perp T} \{ (I - P_F) \Sigma (I - P_F) \}^\dagger y_F^\perp \quad (3.34)$$

は、自由度  $r - k$  の  $\chi^2$  分布にしたがう。ここで、 $\{ \}^\dagger$  は  $\{ \}$  の一般化逆行列を表わす。このとき、一般化逆行列の性質から

$$\begin{aligned} q(y) &= y^T \{ (I - P_F) \Sigma (I - P_F) \}^\dagger y \\ &= q(y_F^\perp) \end{aligned} \quad (3.35)$$

が成立する。(3.34) 式の二次形式  $q$  が自由度  $r - k$  の  $\chi^2$  分布にしたがうことから、その確率密度関数は

$$f(q) = \frac{1}{2} \left( \frac{q}{2} \right)^{(r-k)/2-1} \exp \left( -\frac{q}{2} \right) / \Gamma \left( \frac{r-k}{2} \right) \quad (3.36)$$

で与えられる。これを、自由度  $r - k$  をパラメータとして図示したものが Fig. 3.2 である。

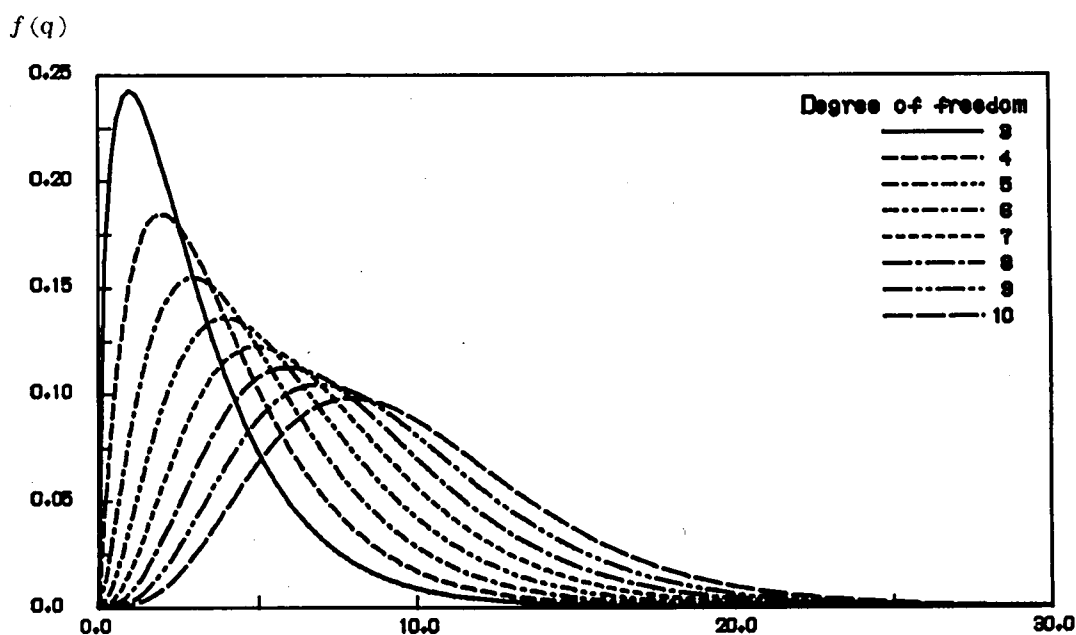


Fig.3.2 Probability density function of quadratic form  $q$

以上の考察から、 $q_0$  をしきい値として

$$\begin{aligned} q \leq q_0 & \quad \text{なら, 正常, または, あらかじめ考慮した異常} \\ q_0 < q & \quad \text{なら, 予期しない異常が発生} \end{aligned} \quad (3.37)$$

と判定する。このとき、正常, または, あらかじめ考慮した異常と判定する確率を  $P_n$ , 予期しない異常と判定する確率を  $P_u$  とすれば

$$\begin{aligned} P_n(q_0) &= \gamma\left(\frac{r-k}{2}, \frac{q_0}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{r-k}{2}\right) \\ P_u(q_0) &= \Gamma\left(\frac{r-k}{2}, \frac{q_0}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{r-k}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

となる。このとき、自由度  $r-k$  をパラメータとして判定のしきい値  $q_0$  に対する判定確率  $P_u$  を図示したものが Fig. 3. 3 である。

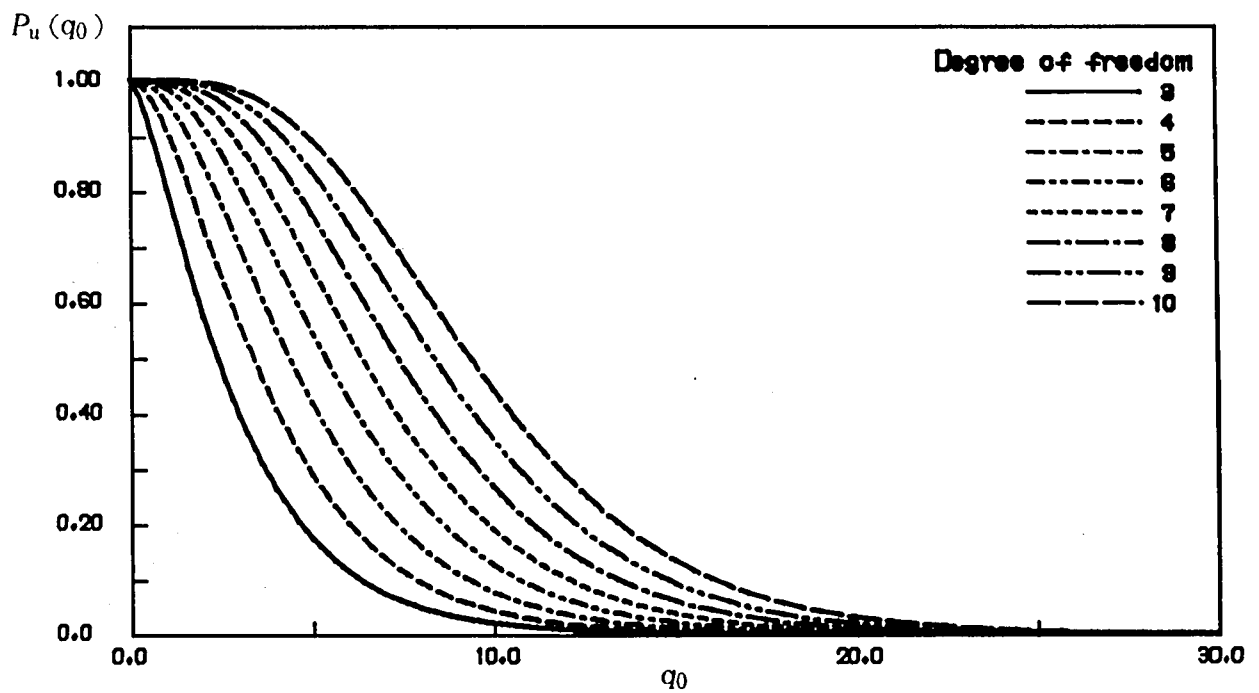


Fig.3.3 Discriminate probability of procedure (3.37)

これを，仮説

$$\text{予期しない異常が発生している} \quad (3.39)$$

に対する統計的検定と考えれば， $P_u(q_0)$  は第二種の誤りの確率である。このとき，一般に，予期しない異常の分布を仮定できないことから，第一種の誤りの確率を求めることができない。しかしながら，判定のしきい値を大きくすることが予期しない異常の検出能力の低下をまねくことは明らかである。したがって，判定のしきい値  $q_0$  は第二種の誤りの確率と，予期しない異常の検出感度とのトレードオフによって決定する。

### 3—3 観測信号の前処理

一般に，観測信号は，各種の検出器の出力であり，得られる信号の大きさや  $SN$  比も異なっている。したがって，各観測信号の大きさを均等化し，さらに， $SN$  比の良い観測信号の判定への寄与を大きくし， $SN$  比の悪いものの寄与を小さくするような観測信号の前処理を行なうことにより，異常の大きさの推定値における  $SN$  比を向上させ，より良好な判別を行なうことができる。

観測信号の空間  $\mathcal{Y}$  から，前処理された観測信号の空間  $\tilde{\mathcal{Y}}$  への写像を  $A$  とする。すなわち

$$\tilde{y} = Ay \quad (3.40)$$

である。このとき，3—2 節と同様の仮定のもとで，前処理された観測  $\tilde{y}$  は，(3.1) 式と同様に

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= \sum g^i a_i \\ &= Ga \end{aligned} \quad (3.41)$$

で与えられる。したがって，異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  は，(3.21) 式と同様に

$$\hat{a} = \text{inv}(G) \tilde{y} \quad (3.42)$$

で得ることができる。ここで

$$g^i = Af^i \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (3.43)$$

すなわち

$$\begin{aligned} G &= [g^1 \ g^2 \ \dots \ g^k] \\ &= \Lambda F \end{aligned} \quad (3.44)$$

であり、また

$$\text{inv}(G) = (G^T G)^{-1} G^T \quad (3.45)$$

である。このとき、観測  $y$  からみれば

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \text{inv}(G) \Lambda y \\ &= (F^T \Lambda^T \Lambda F)^{-1} F^T \Lambda^T \Lambda y \end{aligned} \quad (3.46)$$

であるから、 $y$  が平均 0、分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがうと仮定すれば、 $\hat{a}$  の平均および分散は

$$\begin{aligned} E[\hat{a}] &= E[\text{inv}(G) \Lambda y] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} E[\hat{a} \hat{a}^T] &= E[\text{inv}(G) \Lambda \Sigma \Lambda^T \text{inv}(G)^T] \\ &= (G^T G)^{-1} G^T \Lambda \Sigma \Lambda^T G (G^T G)^{-1} \\ &= (F^T \Lambda^T \Lambda F)^{-1} F^T \Lambda^T \Lambda \Sigma \Lambda^T \Lambda F (F^T \Lambda^T \Lambda F)^{-1} \end{aligned} \quad (3.48)$$

で与えられる。(3.46) 式で与えられる異常の大きさの推定値  $\hat{a}$  において、実際にプラントに発生した異常による寄与は  $\Lambda$  に無関係であることから、 $\Lambda$  を変化させ (3.48) 式の分散を最少にすることにより  $\hat{a}$  における SN 比を最大とし、より良好な判別を行なうことができる。ここで、(3.48) 式を最少にする  $\Lambda$  を  $\Lambda_0$  とすれば、 $\Lambda_0$  は

$$\Lambda_0 = \Sigma^{-1/2} \quad (3.49)$$

で与えられる。このことはつぎのようにして証明される。

$\Lambda_0 = \Sigma^{-1/2}$  のとき、(3.48) 式は



$$E[\widehat{a}\widehat{a}^T] = (F^T \Sigma^{-1} F)^{-1} \quad (3.50)$$

となる。(3.3) 式の射影作用素の性質から

$$\begin{aligned} P_{\Sigma^{-1/2} F} &= \Sigma^{-1/2} F (F^T \Sigma^{-1/2} \Sigma^{-1/2} F)^{-1} F^T \Sigma^{-1/2} \\ &\leq I \end{aligned} \quad (3.51)$$

である。(3.51) 式の両辺に左右から  $\Sigma^{1/2}$  を乗じると

$$F (F^T \Sigma^{-1} F)^{-1} F^T \leq \Sigma \quad (3.52)$$

が得られる。このとき、任意の  $\Lambda$  に対して

$$(F^T \Lambda^T \Lambda F) (F^T \Sigma^{-1} F)^{-1} (F^T \Lambda^T \Lambda F) \leq F^T \Lambda^T \Lambda \Sigma \Lambda^T \Lambda F \quad (3.53)$$

$$(F^T \Sigma^{-1} F)^{-1} \leq (F^T \Lambda^T \Lambda F)^{-1} F^T \Lambda^T \Lambda \Sigma \Lambda^T \Lambda F (F^T \Lambda^T \Lambda F)^{-1} \quad (3.54)$$

を満たすことから、(3.49) 式で与えられる  $\Lambda_0$  は (3.48) 式を最少にする。

したがって、観測を (3.49) 式で与えられる  $\Lambda_0$  で前処理することにより、異常の大きさの推定値における  $SN$  比を最大にすることができる。

つぎに、 $\mathcal{G} = \mathcal{R}(G)$  の直交補空間  $\mathcal{G}^\perp$  への射影

$$\tilde{y}_G^\perp = (I - P_G) \tilde{y} \quad (3.55)$$

について考える。ここで

$$P_G = G (G^T G)^{-1} G^T \quad (3.56)$$

である。このとき、観測  $y$  からみれば

$$\tilde{y}_G^\perp = (I - P_G) \Lambda y \quad (3.57)$$

であるから、 $y$  が平均 0，分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがうと仮定すれば、 $A$  として (3.49) 式で与えられる  $A_0$  を用いるとき、 $\tilde{y}_G^\perp$  は平均

$$\begin{aligned} E[\tilde{y}_G^\perp] &= (I - P_G) A_0 E[y] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

分散

$$\begin{aligned} E[\tilde{y}_G^\perp \tilde{y}_G^{\perp T}] &= E[(I - P_G) A_0 y y^T A_0 (I - P_G)] \\ &= (I - P_G) A_0 \Sigma A_0 (I - P_G) \\ &= (I - P_G) \end{aligned} \quad (3.59)$$

の正規分布にしたがう。明らかに

$$\text{rank}(I - P_G) = r - k \quad (3.60)$$

である。したがって、二次形式

$$\begin{aligned} q(\tilde{y}_G^\perp) &= \tilde{y}_G^{\perp T} (I - P_G)^\dagger \tilde{y}_G^\perp \\ &= \tilde{y}_G^{\perp T} \tilde{y}_G^\perp \\ &= \|\tilde{y}_G^\perp\|^2 \end{aligned} \quad (3.61)$$

は、自由度  $r - k$  の  $\chi^2$  分布にしたがう。ここで、 $\|\cdot\|$  はユークリッド・ノルムをあらわす。

### 3-4 判別アルゴリズム

3-2，3-3 節の結果をまとめることにより，以下のような観測雑音の影響を最小とする異常判別アルゴリズム (Fig. 3.4) を得ることができる。

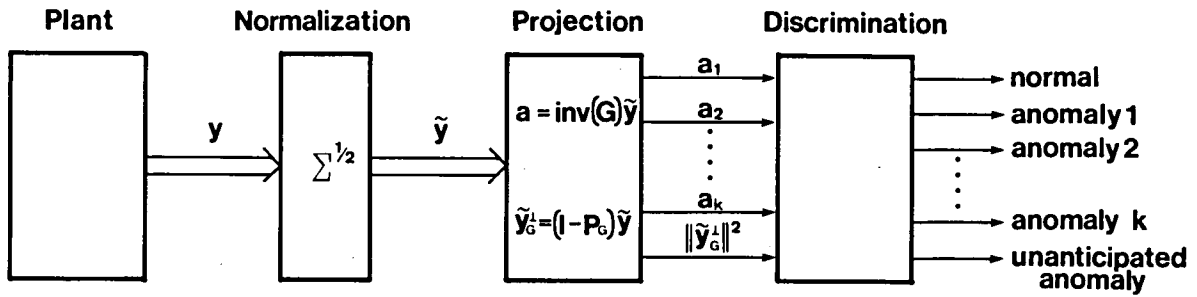


Fig.3.4 Block diagram of disturbance discrimination

いま、プラントから得られる観測が

$$y = F a + w \quad (3.62)$$

で与えられるものとする。ここで、 $a$  は異常の大きさであり、 $w$  は観測雑音で、平均 0、分散  $\Sigma$  の正規分布にしたがうものと仮定する。この観測  $y$  に対して、 $y$  に含まれる観測雑音の分散を単位行列に変換する正規化

$$\tilde{y} = \Sigma^{-1/2} y \quad (3.63)$$

を行なう。ここで、 $\Sigma$  は観測雑音の分散であり、 $y$  は正規化された観測である。この  $y$  から

$$G = \Sigma^{-1/2} F \quad (3.64)$$

$$\text{inv}(G) = (G^T G)^{-1} G^T \quad (3.65)$$

$$P_G = G (G^T G)^{-1} G^T \quad (3.66)$$

を用いて

$$\hat{a} = \text{inv}(G) \tilde{y} \quad (3.67)$$

$$\tilde{y}_G^\perp = (I - P_G) \tilde{y} \quad (3.68)$$

$$\|\tilde{y}_G^\perp\|^2 = \tilde{y}_G^{\perp T} \tilde{y}_G^\perp \quad (3.69)$$

を求める。この  $\hat{a}$  および  $\|\tilde{y}_G^\perp\|^2$  に対して、Fig. 3. 5 にしめすプロチャートにしたがって判別を

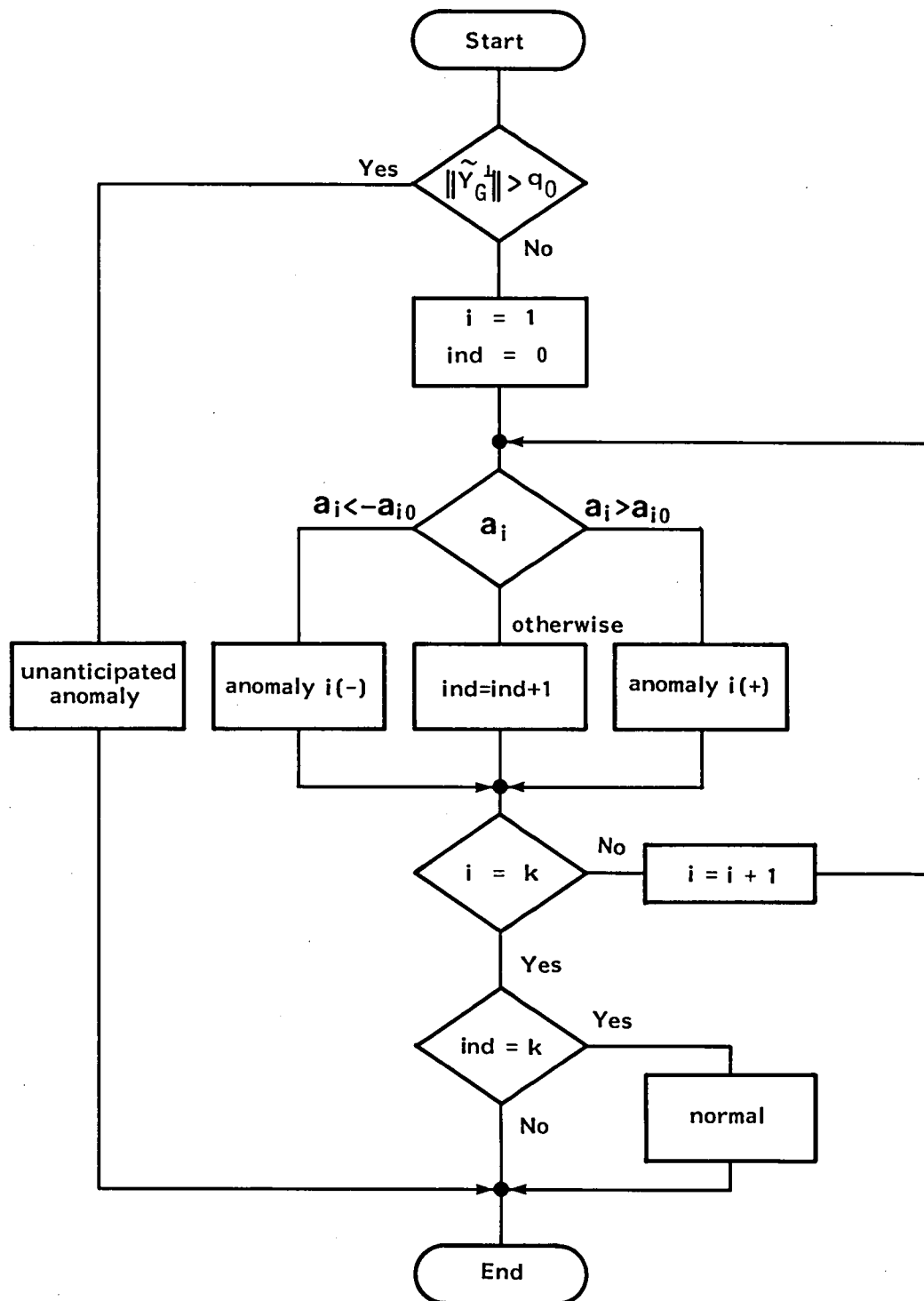


Fig.3.5 Flow chart of disturbance discrimination

行なう。まず、 $\|\tilde{y}_G^\perp\|^2$  がしきい値  $q_0$  より大きい場合、予期しない異常が発生したと判断する。このとき、(3.62) 式の線形性の仮定が成立しないことから、各々の異常に対する判別は行なわない。また、 $\|\tilde{y}_G^\perp\|^2$  が  $q_0$  よりも小さい場合、各々の異常  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) に対して、しきい値  $a_{i0}$  による判別を行なう。このとき、すべての  $i$  に対して異常が発生していないと判断されるときのみ、正常状態であると判別する。

### 3-5 計算機実験

しきい値の決定には、種々の方法が考えられるが、本節では、各々の異常の判別のためのしきい値  $a_{i0}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) および予期しない異常の判別のためのしきい値  $q_0$  をつぎのように定めて、計算機実験を行なった。

各々の異常の判別のためのしきい値  $a_{i0}$  は、第一種および第二種の誤りの確率のトレードオフを考慮して定める。すなわち、異常がしきい値以上のとき、第一種の誤りの確率  $P_{i0}$  が急激に減少することを考慮して、まず、 $a_i = 1$  ( $\xi_i = 1/\sigma_i$ ) に対する第一種の誤りの確率を

$$P_{i0}(1/\sigma_i, \alpha_{i1}) = 0.5 \quad (3.70)$$

となるようにしきい値  $\alpha_{i1}$  を定める。このしきい値  $\alpha_{i1}$  ( $= 1/\sigma_i$ ) に対する第二種の誤りの確率

$$1 - P_{i0}(0, \alpha_{i1}) \quad (3.71)$$

が1%以下となるときは、これを1%になるようにしきい値を小さくすることにより、小さな異常( $a_i < 1$ )に対する第一種の誤りの確率を改善する。また、 $\alpha_{i1}$  に対する第二種の誤りの確率が5%以上となるときは、これを5%になるようにしきい値を大きくすることにより、第一種および第二種の誤りの確率のトレードオフを実現する。すなわち、第一種の誤りの確率から定められたしきい値  $\alpha_{i1}$  ( $= 1/\sigma_i$ ) と第二種の誤りの確率を

$$1 - P_{i0}(0, \alpha_{i2}) = 0.01 \quad (3.72)$$

$$1 - P_{i0}(0, \alpha_{i3}) = 0.05 \quad (3.73)$$

としたときのそれぞれのしきい値  $\alpha_{i2}$  ( $= 2.5758$ )、 $\alpha_{i3}$  ( $= 1.9600$ ) から、しきい値  $a_{i0}$  を

$$u_{i0} = \max \{ \min ( \alpha_{i1}, \alpha_{i2} ), \alpha_{i3} \} \times \sigma_i \quad (3.74)$$

と定めた。

また、予期しない異常に対するしきい値は、第二種の誤りの確率と予期しない異常の検出感度とのトレードオフを考慮して定める。ここでは、(3.61) 式の二次形式が自由度  $r - k$  の  $\chi^2$  分布にしたがうことから、予期しない異常に対するしきい値  $q_0$  は、第二種の誤りの確率が

$$P_u ( q_0 ) = 0.01 \quad (3.75)$$

となるように定めた。ここで、 $r$  は観測の次数、 $k$  は異常の種類である。

計算機実験の対象として用いた原子力プラントモデルは、2-3 節で用いたものと同一の BWR プラントモデルであり、判別に用いた観測信号とこれに含まれる観測雑音の標準偏差を Table 3.1 に、また、対象とした異常を Table 3.2 にしめす。

Table 3.1 Observed signal and observation noise

observed signal		observation noise (standard deviation)
neutron density	$n$	3.0(%)
dome pressure	$P_D$	0.2(kg/cm <sup>2</sup> )
turbine inlet pressure	$P_T$	0.2(kg/cm <sup>2</sup> )
turbine steam flow	$W_{st}$	1.0(%)
main steam flow	$W_{ps}$	1.0(%)
feed water flow	$W_{fws}$	1.0(%)
recirculation flow	$W_0$	1.0(%)
vessel water level	$L_s$	5.0(cm)

Table 3.2 Considered anomalies

group ID	anomaly source		
1	leakage of main steam	$W_{bp}$	( 0.5~ 5.5%)
2	leakage of feed water	$W_{fw}$	( 0.5~ 5.5%)
3	change of power demand	$P_d$	( -1.0~-10.0%)
4	change of water level		( +2.0~+22.0cm)
	setting value	$L_{set}$	( -2.0~-22.0cm)
5	disturbance of reactivity	$\rho$	( +1.0~+11.0¢) ( -1.0~-11.0¢)

ここで、射影作用素を構成する  $f^i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) は、各異常の種々の大きさに対するシミュレーション結果から、それぞれ

$$\begin{aligned}
 f^1 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} (y|_{W_s=1\%} + y|_{W_s=2\%} + y|_{W_s=5\%}) \\
 f^2 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} (y|_{W_f=1\%} + y|_{W_f=2\%} + y|_{W_f=5\%}) \\
 f^3 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} (y|_{P_d=2\%} + y|_{P_d=4\%} + y|_{P_d=10\%}) \\
 f^4 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} (y|_{L=4\text{cm}} + y|_{L=8\text{cm}} + y|_{L=20\text{cm}}) \\
 f^5 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} (y|_{\rho=2\%} + y|_{\rho=4\%} + y|_{\rho=10\%})
 \end{aligned} \tag{3.76}$$

とした。したがって、 $a$  は異常の大きさの無次元値を与えることになる。すなわち、 $a_i = 1$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) が、それぞれ、 $W_{bp}$  (蒸気の漏れ) = 1%,  $W_{fw}$  (給水の漏れ) = 1%,  $P_d$  (負荷変更要求) = 2%,  $L_{set}$  (水位設定値変更) = 4 cm, および、 $\rho$  (反応度異常) = 2 ¢ (0.013%) に対応する。このとき、各異常の種々の大きさに対する定常値および (3.74) 式の  $f^i$  の値を Table 3.3 にしめ

Table 3.3 Steady state values of observation signal  
(to be continued)  
(a) Leakage of main steam

$W_{bp}=1(\%)$	2	3	4	5	$f^1$
0.99777	1.9956	2.9934	3.9913	4.9893	0.99783
0.07066	0.14202	0.21409	0.28686	0.36033	0.07160
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0000	2.0001	3.0001	4.0001	5.0001	1.0000
1.6397	3.2802	4.9216	6.5637	8.2067	1.6408
1.0000	2.0001	3.0001	4.0001	5.0002	1.0000
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Table 3.3 Steady state values of observation signal  
(b) Leakage of feed water

$W_{fw}=1(\%)$	2	3	4	5	$f^2$
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0000	2.0000	3.0000	4.0000	5.0000	1.0000
-0.31746	-0.63492	-0.95238	-1.2698	-1.5873	-0.31746

(c) Load demand change

$P_d=2(\%)$	4	6	8	10	$f^3$
-1.9979	-3.9957	-5.9933	-7.9907	-9.9880	-1.9977
-0.18183	-0.36085	-0.53706	-0.71046	-0.88104	-0.17808
-0.04262	-0.08524	-0.12787	-0.17049	-0.21311	-0.04262
-2.0001	-4.0001	-6.0002	-8.0002	-10.000	-2.0001
-2.0001	-4.0001	-6.0002	-8.0002	-10.000	-2.0001
-3.3276	-6.6519	-9.9729	-13.291	-16.605	-3.3232
-2.0001	-4.0001	-6.0002	-8.0002	-10.000	-2.0001
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

(d) Change of setting level

$L_{set}=4(\%)$	8	12	16	20	$f^4$
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4.0000	8.0000	12.000	16.000	20.000	4.0000

(e) Disturbance of reactivity

$\rho=2(\%)$	4	6	8	10	$f^5$
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-0.60461	-1.2092	-1.8138	-2.4184	-3.0231	-0.60461
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



す。したがって

$$F = [f^1 \ f^2 \ f^3 \ f^4 \ f^5]$$

$$= \begin{bmatrix} 0.99783 & 0.0 & -1.9977 & 0.0 & 0.0 \\ 0.07160 & 0.0 & -0.17808 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -0.4262 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.0001 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0000 & 0.0 & -2.0001 & 0.0 & 0.0 \\ 1.6408 & 0.0 & -3.3232 & 0.0 & -0.60461 \\ 1.0000 & 1.0000 & -2.0001 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.31746 & 0.0 & 4.0000 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

で与えられる。なお、Table 3.3 から明らかなように、ここで用いた BWR プラントモデルでは、本章の手法に必要な異常の大きさに対する観測の線形性が十分成立していると考えられる。

これに対して、(3.63) 式の前処理を行なった後、(3.50) 式で得られる各  $a_i$  に含まれる雑音の標準偏差  $\sigma_i$ 、 $\sigma_i$  から定められるしきい値  $a_{i0}$ 、および、 $q_0$  を Table 3.4 にしめす。さらに、このしきい値を用いたときの判別における誤りの確率を Table 3.5 にしめす。これから、負荷変更要求以外

Table 3.4 Standard deviation in projected space and threshold level

$i$	standard deviation $\sigma_i$	threshold level	
		$a_i$	$q_0$
1	1.3564	2.6585	11.341
2	1.3446	2.6354	
3	0.49552	1.0	
4	1.2545	2.4588	
5	2.9465	5.7751	

Table 3.5 Probability of discrimination error

anomaly source	normalized amplitude of anomaly ( $a_i$ )										
	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
1	5.00	93.43	88.58	80.24	68.24	54.64	40.06	26.75	16.13	8.73	4.22 (%)
2	5.00	93.40	88.46	79.97	68.15	54.00	39.31	26.01	15.51	8.28	3.93
3	4.36	84.23	50.00	15.65	2.18	0.12	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
4	5.00	93.16	87.46	77.69	64.25	48.69	33.31	20.33	10.96	5.19	2.14
5	5.00	94.67	93.67	91.98	89.58	86.43	82.54	77.92	72.61	66.73	60.36

error of 1-st kind

error of 2-nd kind

の異常に対する第一種の誤りの確率が大きく、特に反応度異常に対する第一種の誤りの確率は+10¢ (0.065%)においても約60%であり、半分以上誤った判別を行なう、すなわち反応度異常が発生していないと判別することがわかる。このため、何らかの方法で観測雑音の低減を行なう必要がある。ここでは、観測信号に移動平均型フィルタをかけることにより、観測雑音の低減を行なう。いま、 $N$  個の移動平均をとり

$$\tilde{y}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} y_{i-j} \quad (3.78)$$

とすれば、 $y$  に含まれる観測雑音の分散は  $1/N$  となる。しかしながら、 $N$  が大となれば異常の変化に対する応答が遅くなることから、あまり  $N$  を大きくすることもできない。以上の点を考慮して、ここでは

$$N = 40 \quad (3.79)$$

とした。本節で用いた BWR プラントシミュレータでは、サンプリング間隔を0.3秒としたことから、これはサンプル時刻以前の12秒間のデータの移動平均をとることを意味する。この処理によって得られたデータに対して、(3.63) 式の前処理を行なった後、(3.50) 式で得られる各  $a_i$  に含まれる雑音の標準偏差  $\sigma_i$ 、 $\sigma_0$  から定められるしきい値  $a_{i0}$ 、および、 $q_0$  を Table 3.6 にしめす。さらに、この

Table 3.6 Standard deviation in projected space and threshold level  
(Order of MA filter is 40)

$i$	standard deviation $\sigma_i$	threshold level	
		$a_i$	$q_0$
1	0.21446	0.55241	11.341
2	0.21260	0.54762	
3	0.078348	0.20181	
4	0.19836	0.51094	
5	0.46588	1.0	

しきい値を用いたときの判別における誤りの確率を Table 3.7 にしめす。このしきい値を用いたときの判別結果の例を Fig. 3.6-7 にしめす。ここで、Fig. 3.6 は単一の異常が生じた場合、Fig. 3.7 は二種類の異常が生じた場合である。

Table 3.7 Probability of discrimination error  
(Order of MA filter is 40)

anomaly source	normalized amplitude of anomaly ( $a_i$ )										
	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
1	1.00	59.65	1.84	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0 (%)
2	1.00	58.86	1.67	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	1.00	0.01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1.00	52.20	0.68	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	3.18	85.78	50.00	14.16	1.59	0.06	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0

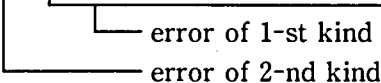
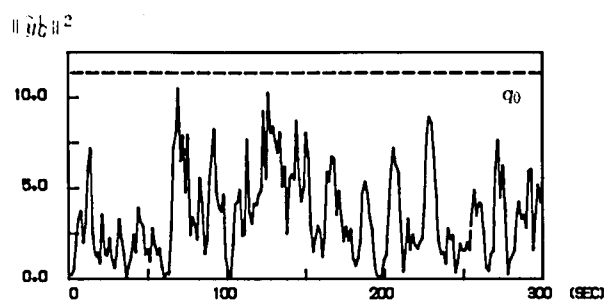


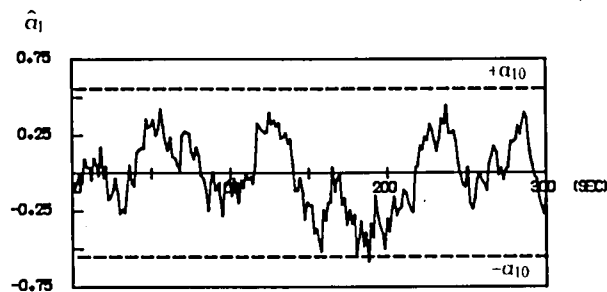
Fig. 3.6 は、給水の漏れが0秒から50秒間ランプ状に0から3%まで増加し、以後一定値(3%)となるような異常に対して本手法を適用した結果であり、Fig. 3.6 (a) は(3.69)式で与えられるあらかじめ予想した異常からのずれを表わす尺度  $\|\tilde{y}_e^1\|^2$  を、Fig. 3.6 (b)～(f) は(3.67)式で与えられる異常の大きさの推定値  $\hat{a}_i$  をしめす。これらの図において、破線は Table 3.6 のしきい値を表わす。このとき、3-4節のアルゴリズムにしたがって判別を行なった結果を Fig. 3.6 (g) にしめす。ここで、縦軸は異常の種類を表わし、それぞれに対して、0は異常が発生していないことを、+(-)は大きさの符号が正(負)の異常が発生していることを表わす。Fig. 3.6 から単一異常(給水の漏れ)に対して良好な判別を行なっていることがわかる。このことは、他の異常に対しても同様であることを確認した。

Fig. 3.7 は蒸気の漏れが0秒から50秒間ランプ状に0から3%まで増加し、以後一定値(3%)となり、さらに、給水の漏れが150秒から50秒間ランプ状に0から3%まで増加し、以後一定値(3%)となるような多重異常に対して本手法を適用した結果であり、Fig. 3.7 (a)～(g) は、Fig. 3.6 (a)～(g) と同様である。Fig. 3.7 から多重異常(蒸気の漏れおよび給水の漏れ)に対して良好な判別を行なっていることがわかる。このことは、任意の多重異常に対しても同様であることを確認した。

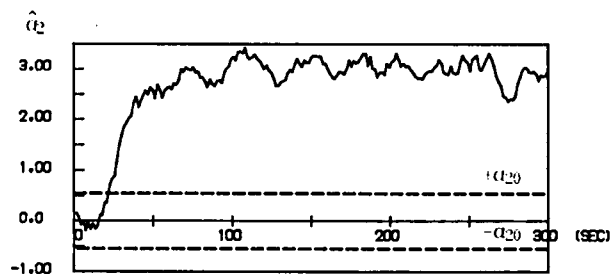
また、予期しない異常を正しく判別できることを確かめるため、あらかじめ起こる可能性を予想した異常のうち給水の漏れ( $f^2$ )を除いたものに対して、同様の方法を適用した。このとき、各  $\hat{a}_i$  に含まれる雑音の標準偏差  $\sigma_i$ ,  $\sigma_i$  から定められるしきい値  $a_{i0}$ , および,  $q_0$  を Table 3.8 にしめす。さらに、このしきい値を用いたときの判別における誤りの確率を Table 3.9 にしめす。このしきい値



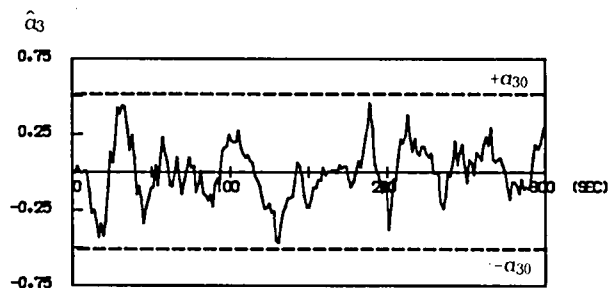
(a) Trajectory of  $\|\hat{y}_C\|^2$



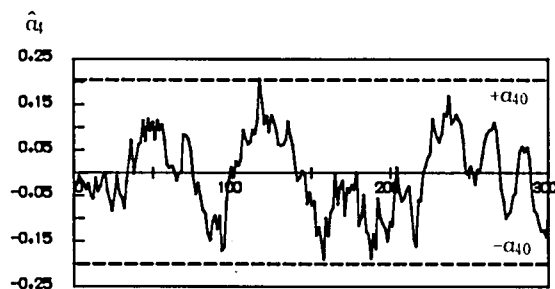
(b) Trajectory of  $\hat{a}_1$



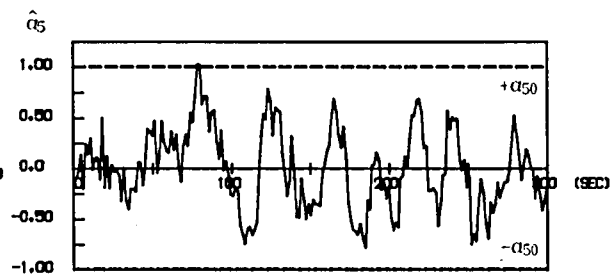
(c) Trajectory of  $\hat{a}_2$



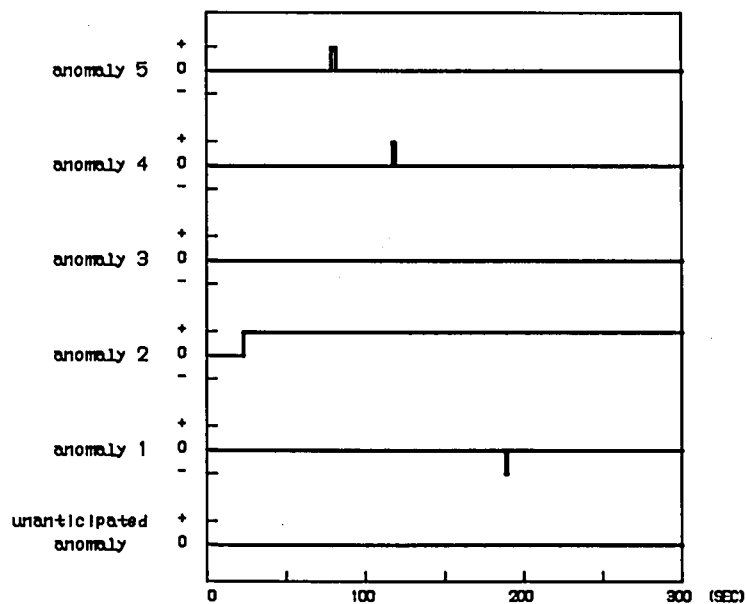
(d) Trajectory of  $\hat{a}_3$



(e) Trajectory of  $\hat{a}_4$

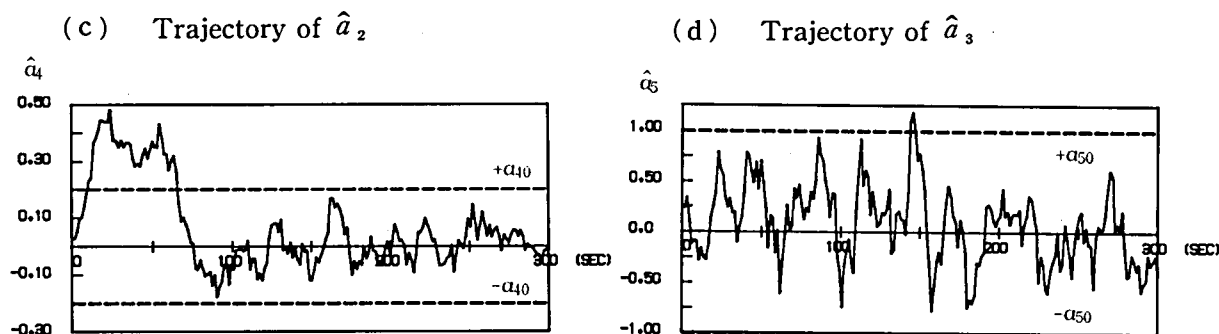
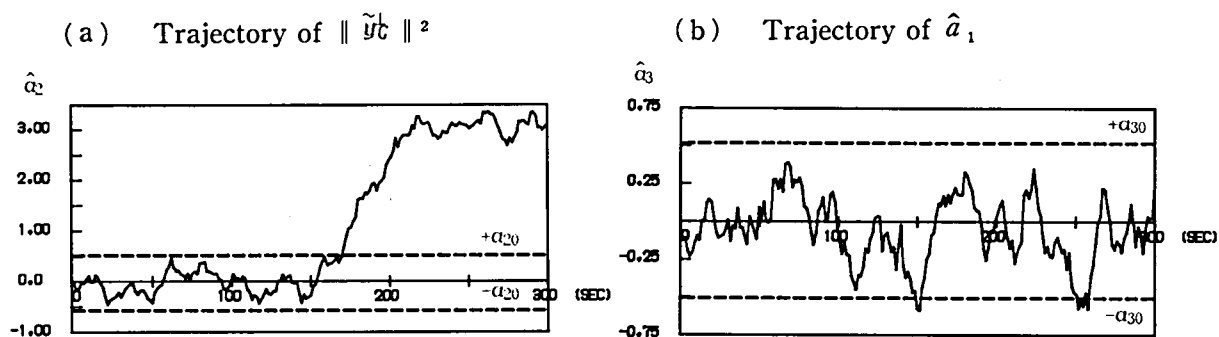
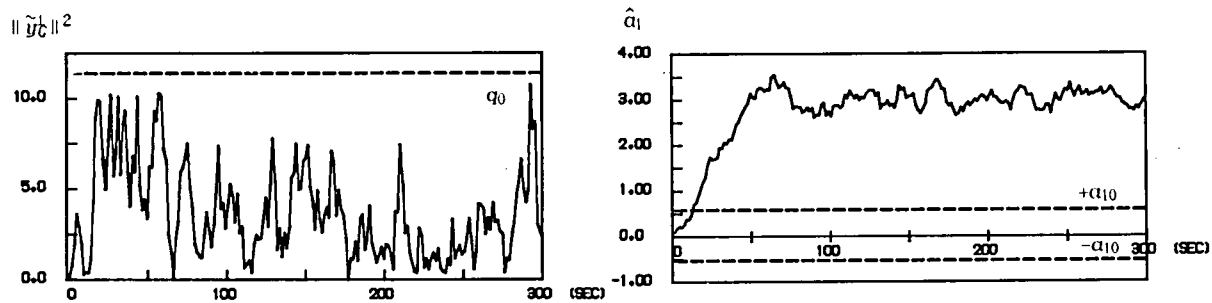


(f) Trajectory of  $\hat{a}_5$

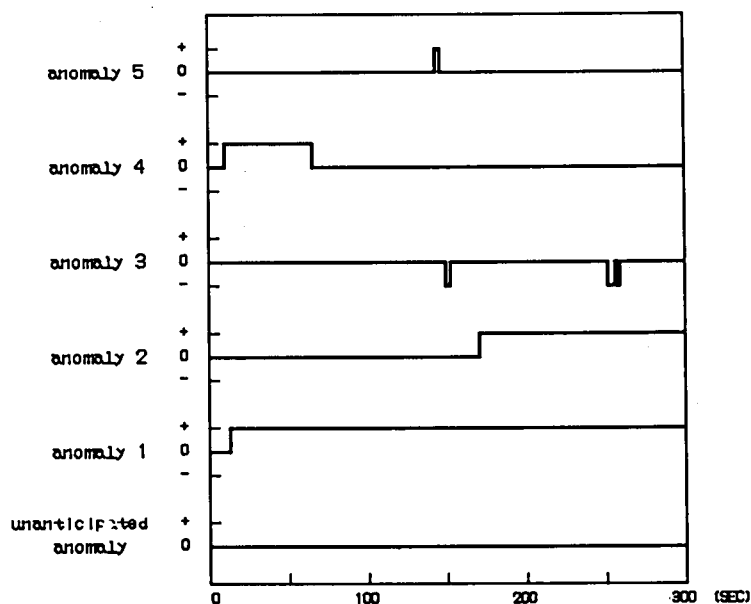


(g) Trajectories of discriminated status

Fig.3.6 Results of disturbance discrimination in the case of 3% feed water leakage



(e) Trajectory of  $\hat{a}_4$  (f) Trajectory of  $\hat{a}_5$



(g) Trajectories of discriminated status

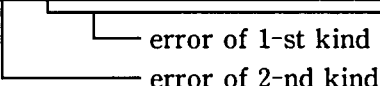
Fig.3.7 Results of disturbance discrimination in the case of 3% main steam leakage and 3% feed water leakage

Table 3.8 Standard deviation in projected space and threshold level under the application without regard to leakage of feed water (Order of MA filter is 40)

$i$	standard deviation $\sigma_i$	threshold level	
		$a_i$	$q_0$
1	0.19080	0.49146	13.277
3	0.078335	0.20178	
4	0.19764	0.50908	
5	0.38811	0.99969	

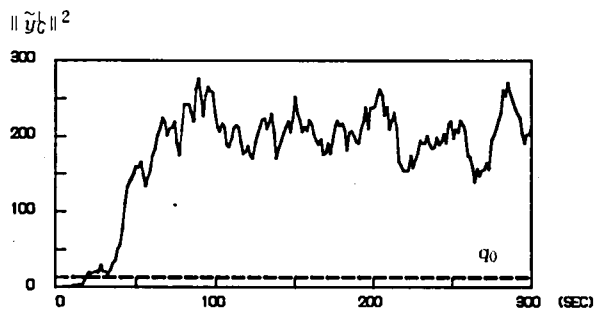
Table 3.9 Probability of discrimination error under the application without regard to leakage of feed water (Order of MA filter is 40)

anomaly source	normalized amplitude of anomaly ( $a_i$ )										
	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
1	1.00	48.21	0.38	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0 (%)
3	1.00	0.01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1.00	51.83	0.65	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	1.00	90.10	49.97	9.87	0.50	0.01	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0

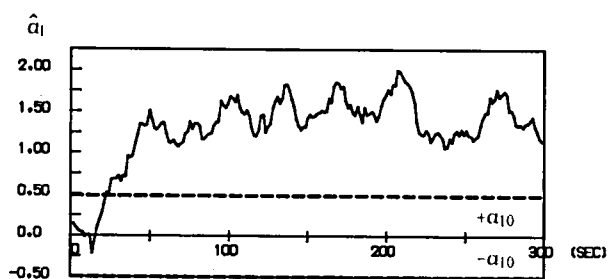


を用いたときの予期しない異常に対する判別結果の例を Fig. 3.8 にしめす。ここで用いた予期しない異常は Fig. 3.6 の例で用いたものと同じ（3%の給水の漏れ）である。Fig. 3.8 (a) は (3.69) 式で与えられるあらかじめ予想した異常からのずれを表わす尺度  $\|\tilde{y}_d^1\|^2$  を、Fig. 3.8 (b)～(e) は (3.67) 式で与えられる異常の大きさの推定値 ( $\hat{a}_1, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \hat{a}_5$ ) をしめす。これらに対して、Table 3.8 のしきい値を用いて判別を行なった結果を Fig. 3.8 (f) にしめす。Fig. 3.8 から給水の漏れをあらかじめ考慮する異常から除いて本手法を適用することによりあらかじめ考慮しなかった給水の漏れが発生したとき予期しない異常と判別することがわかる。このことは他の異常に対しても同様であることを確認した。

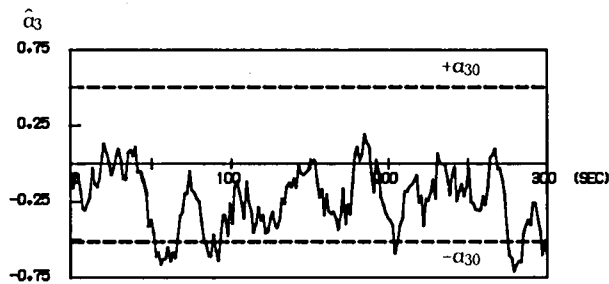
以上の例からもわかるように、本手法は、単一異常、多重異常、および、予期しない異常について、異常の過渡期を除いて良好な判別を行なうことができる。



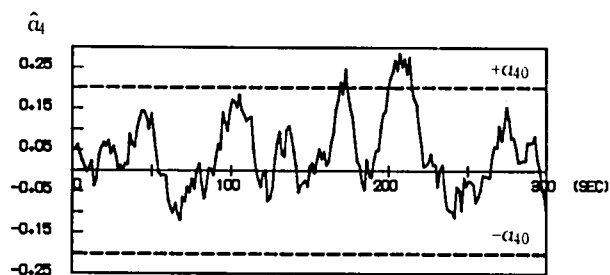
(a) Trajectory of  $\|\hat{y}_c\|^2$



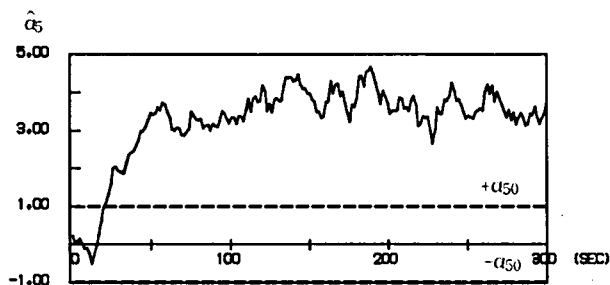
(b) Trajectory of  $\hat{a}_1$



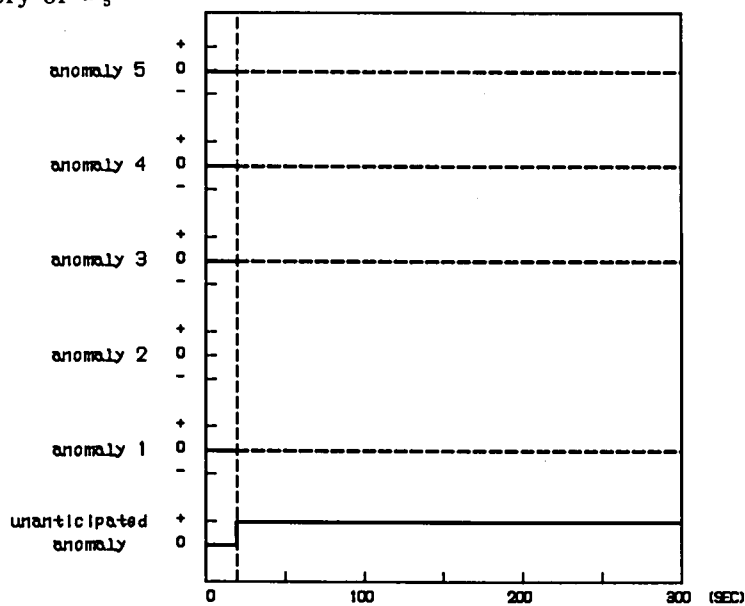
(c) Trajectory of  $\hat{a}_3$



(d) Trajectory of  $\hat{a}_4$



(e) Trajectory of  $\hat{a}_5$



(f) Trajectories of discriminated status

Fig.3.8 Results of disturbance discrimination in the case of 3% feed water leakage under the application without regard to leakage of feed water

### 3-6 結 論

本章では、射影作用素を用いた判別手法について述べた。この手法はいくつかの利点をもっている。まず、第二章の手法と同様に予期しない異常が検出可能なことである。さらに、第二章の手法では予期しない異常であると判別していた多重異常が判別可能なことである。これにより、ある異常が発生した後、操作員が異常回復の操作を行なうとき誤った操作を行なった場合や、例えばバルブの固着のように運転状態が変化することによりそれまで明らかでなかった異常が現われる場合にも、本手法を適用することができる。しかしながら、本手法は BWR のようにプラントがあらかじめ考慮した異常に対してほぼ線形な観測を与える場合について検討したものであり、この仮定が成立しない場合には適用することができない。また、本手法は前章と同様に静的あるいは準静的な異常に対して静的な判定を行なうことから、動的な異常（変化の激しい異常）に対しては判定を誤り、適用することができない。

本章で述べた射影作用素を応用した判別手法が有効であることを計算機実験により確かめた。

動的な異常や、より小さな異常に対しても適用することができる手法の開発は今後の課題である。



68 項欠

## 第4章 外 乱 推 定

原子力プラントなどの大規模システムにおいて、事故に直結するような重大な障害ではないが、プラントに長期間加わることにより、故障に発展する可能性のある軽微な異常が発生したとき、その原因となっている外乱の種類を判別し、さらにその大きさを知ることは、異常の原因となっている外乱を早期に取り除き、炉停止に至るような事態などを防止するためにも重要である。第2章および第3章では、外乱の種類を判別する手法について述べ、その有効性を確認した。本章では、外乱の大きさを推定する問題について述べる。

### 4-1 外乱推定器

プラントに加わる外乱が直接測定できないとき、外乱の大きさを知るために必要なものとして外乱推定器が考えられる (Fig. 4.1)。この場合、外乱がまったく未知であると仮定すると、外乱推定器はい

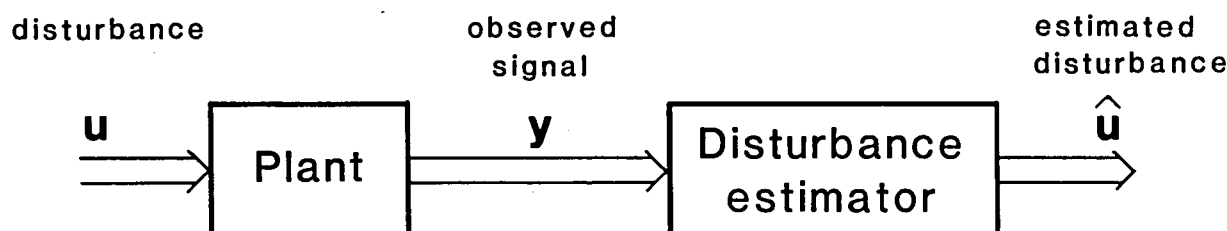


Fig.4.1 Disturbance estimator

わゆる逆システムとなる<sup>22)</sup>。しかし、逆システムはその構成上微分器を必要としたり、その極がプラントの零点となることから外乱を推定する速度を自由に設定することができないなどの問題がある。

これに対して、外乱が時間の  $k$  次多項式で与えられると仮定すると、プラントの入力側に  $k+1$  段の積分器を付加した拡大系に対してオブザーバを構成する Meditch らの  $k$ -observer を導くことができる<sup>23)</sup>。この  $k$ -observer は、構成上、その極を自由に設定でき、さらに微分器も不用である。

本研究では、プラントに長期間加わることにより故障に発展する可能性のある軽微な外乱を対象とすることから、外乱は時間の 0 次多項式、すなわち、ステップ状と考えることができる。このことから、プラントの入力側に積分器を 1 段付加した拡大系に対する推定器を構成する、すなわち、0-observer を用いることが、逆システムを構成するよりも有利である。しかしながら、Meditch らの方法は主として単一未知入力-単一出力系について述べたものであり、多未知入力-多出力系、特に直達分を含む場合への適用は困難である。

また、外乱推定器として、一般に

1) 外乱に対する速応性

プラントに発生した外乱を速やかに推定する。

2) 観測雑音の影響の軽減

観測信号に含まれる雑音に影響されない正確な推定を行なう。

3) 推定の非干渉性

ある外乱の推定値が他の外乱の影響を受けることにより誤った推定を行なうことを防止する。

が求められる。このとき、Fig. 4.1 からわかるように外乱推定器の入力となるプラントの観測信号に含まれる雑音の影響を考慮すれば、1)と2)の特性は互いに相反したものであり、トレードオフの関係にあることは明らかである。

ここでは、これらの要求を満たす外乱推定器として、Fig. 4.2 の構成を考える。図において、プラントを

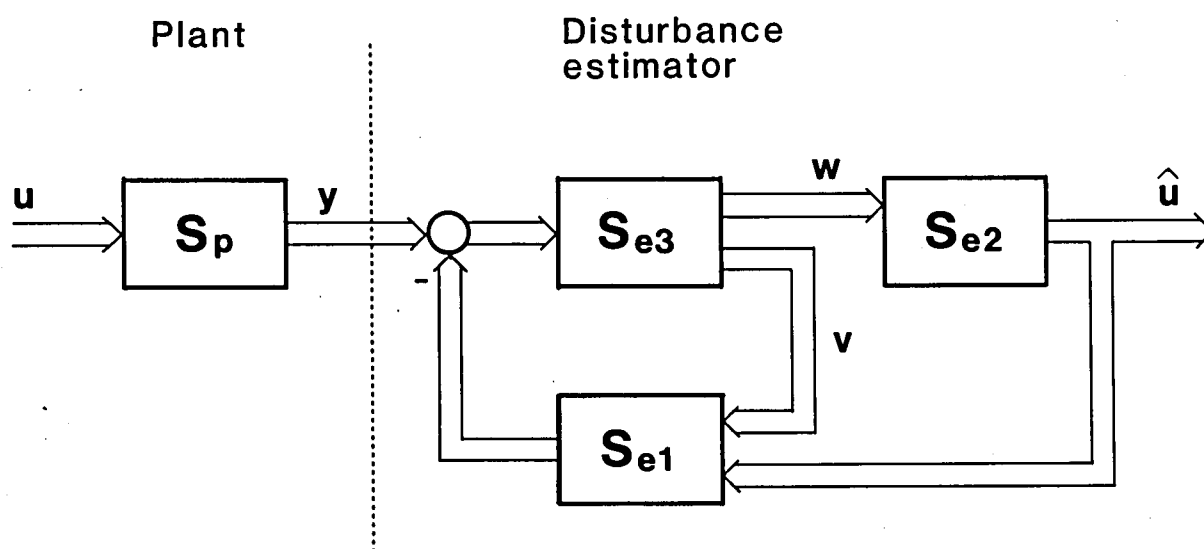


Fig.4.2 Block diagram of disturbance estimator

$[S_p]$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (4.1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k \quad (4.2)$$

とすると、外乱推定器を構成する3つの部分はそれぞれ

$$[S_{.1}]$$

$$\widehat{x}_{k+1} = A\widehat{x}_k + B\widehat{u}_k - v_k \quad (4.3)$$

$$\widehat{y}_k = C\widehat{x}_k + D\widehat{u}_k \quad (4.4)$$

$$[S_{.2}]$$

$$\widehat{u}_{k+1} = \widehat{u}_k + w_k \quad (4.5)$$

$$[S_{.3}]$$

$$z_{k+1} = G_3 z_k + F_3 (y_k - \widehat{y}_k) \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} v_k \\ w_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} z_k + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} (y_k - \widehat{y}_k) \quad (4.7)$$

または

$$\begin{bmatrix} v_k \\ w_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} (y_k - \widehat{y}_k) \quad (4.8)$$

で与えられる。ここで

$$x, \widehat{x} \in R^n, \quad u, \widehat{u} \in R^m, \quad y, \widehat{y} \in R^r, \quad z \in R^p \quad (4.9)$$

であり、 $u$ は外乱、 $y$ は観測、 $\widehat{u}$ は外乱推定値である。

いま

$$e = x - \hat{x} \quad (4.10)$$

とおけば、(4.1)～(4.7)式から

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e_{k+1} \\ \hat{u}_{k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -B & O \\ O & I & O \\ O & O & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_k \\ \hat{u}_k \\ z_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ O \\ O \end{bmatrix} u_k \\ &+ \begin{bmatrix} F_1 & G_1 \\ F_2 & G_2 \\ F_3 & G_3 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} C & -D & O \\ O & O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_k \\ \hat{u}_k \\ z_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ O \end{bmatrix} u_k \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

が得られる。このとき、(4.11)式の系が安定であれば、ステップ状の外乱  $u_0$  に対して

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e_\infty \\ \hat{u}_\infty \\ z_\infty \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I - A - F_1 C & B + F_1 D & -G_1 \\ -F_2 C & F_2 D & -G_2 \\ -F_3 C & F_3 D & -G_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B + F_1 D \\ F_2 D \\ F_3 D \end{bmatrix} u_0 \\ &= \begin{bmatrix} O \\ I \\ O \end{bmatrix} u_0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

となることから

$$\hat{u}_k \rightarrow u_0 \quad (k \rightarrow \infty) \quad (4.13)$$

であることがわかる。また、外乱推定器として(4.3)～(4.5)式、および(4.8)式を用いても同様の結果が得られる。(以下同様)

いま、(4.1)、(4.2)式で表わされるプラントにおいて、組  $(C, A)$  が完全可観測で、かつ

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & D \end{bmatrix} = n + m \quad (4.14)$$

であれば，組

$$\left( [C \ D], \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \right) \quad (4.15)$$

は完全可観測である（付録－１）．さらに，組

$$\left( \begin{bmatrix} C & -D & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A & -B & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \quad (4.16)$$

も完全可観測である（付録－２）．したがって，フィルタゲイン

$$\begin{bmatrix} F_1 & G_1 \\ F_2 & G_2 \\ F_3 & G_3 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

を適当に選ぶことにより，（４．１１）式の系の極を自由に設定することができる．このとき，（４．１１）式の系を安定にするフィルタゲイン（４．１７）を選ぶことにより（４．３）～（４．７）式で構成される系は，外乱推定器となる．

このようなフィルタゲインを定める方法は，極配置から直接定める方法<sup>24)</sup>とカルマンフィルタを用いて定める方法<sup>25)</sup>に大別することができる．

極配置から直接定める方法では，要求される外乱の推定速度から適当な極配置を選び，これを満足するフィルタゲインを求める．しかしながら，多出力系においてフィルタゲインを一意に定めることができないことや，極配置を定めるとき直接観測雑音の影響や推定の非干渉性に対する考慮を行なうことができないことから，前述の外乱推定器に求められる１）～３）の特性を満たすフィルタゲインを定めることは一般に困難である．

これに対して，カルマンフィルタを用いて定める方法では，１）外乱に対する速応性と，２）観測雑音の影響の軽減とのトレードオフを容易に実現できることから，３）推定の非干渉性に留意したフィルタゲインを定めることができる．さらに，適当な方法により非干渉性を達成した後，カルマンフィルタを用いてフィルタゲインを定め，前述の特性を有する外乱推定器を構成することができる．また，カルマンフィルタは最適レギュレータの双対であることからフィルタゲインの要素が過大となることが少なく，さらに，プラントの特性の変化に対して robust なことが期待できる点でも有利である．

以下に，カルマンフィルタを用いてフィルタゲインを定める方法と，非干渉化を行なう方法について，

概略をのべる。

【カルマンフィルタによる方法】

外乱推定器として、(4.3)～(4.5)式、および(4.8)式を用いると

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{k+1} \\ \hat{u}_{k+1} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} A & B \\ O & I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} [C \ D] \right\} \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{u}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} y \quad (4.18)$$

を得る。このとき、(4.1)、(4.2)式の系の入力側に積分器を付加した拡大系

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{A} \bar{x}_k + \bar{B} \bar{u}_k \quad (4.19)$$

$$\bar{y}_k = \bar{C} \bar{x}_k + \bar{u}_k \quad (4.20)$$

$$\bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ O & I \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \ D] \quad (4.21)$$

に対するカルマンフィルタ

$$\xi_{k+1} = \bar{A} (I - P \bar{C}^T \bar{W}^{-1} \bar{C}) \xi_k + \bar{A} P \bar{C}^T \bar{W}^{-1} y_k \quad (4.22)$$

から、フィルタゲインを

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \bar{A} P \bar{C}^T \bar{W}^{-1} \quad (4.23)$$

と定めることができる。ここで、 $\xi$  は拡大系の状態  $\bar{x}$  の推定値であり、 $P$  はリッカチ方程式

$$\bar{A} P \bar{A}^T - P - P \bar{C}^T (\bar{W} - \bar{C} P \bar{C}^T)^{-1} \bar{C} P + \bar{B} \bar{V} \bar{B}^T = 0 \quad (4.24)$$

の正定解である。さらに、 $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$  は正規雑音で

$$E [\bar{v}_i \bar{v}_j^T] = \bar{V} \delta_{ij} \quad (4.25)$$

$$E [\bar{w}_i \bar{w}_j^T] = \bar{W} \delta_{ij} \quad (4.26)$$

である。ここで、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。

このとき、 $\bar{v}$  は拡大系の入力における等価的な雑音であることから、 $\bar{V}$  および  $\bar{W}$  は、フィルタゲインを定めるための単なる重み行列であると考えることができる。したがって、 $\bar{V}$  および  $\bar{W}$  を適当に選ぶことにより、前述の外乱推定器に要求される特性の中で、1) 外乱に対する速応性と、2) 観測雑音の影響の軽減とのトレードオフを実現し、さらに、3) 推定の低干渉化を満足する外乱推定器を得ることができる。

しかしながら、カルマンフィルタを用いてフィルタゲインを定める方法では、直接推定の非干渉化について考慮することができないことから、まず、何らかの方法を用いて推定の非干渉化を行なった後、カルマンフィルタを用いてフィルタゲインを決定することにより、前述の1)～3)の性質を満たす外乱推定器を構成することができる。

#### 【非干渉化による方法(1): 定数フィルタゲイン】

いま、(4.18) 式で与えられる外乱推定器について考える。ここで

$$e = x - \hat{x} \quad (4.27)$$

とすると、(4.1)、(4.2) 式、および (4.18) 式から

$$e_{k+1} = A e_k + B (u_k - \hat{u}_k) + F_1 (y_k - \hat{y}_k) \quad (4.28)$$

$$\hat{u}_{k+1} = \hat{u}_k + F_2 (y_k - \hat{y}_k) \quad (4.29)$$

$$y_k - \hat{y}_k = C e_k + D (u_k - \hat{u}_k) \quad (4.30)$$

を得る。(4.28)～(4.30) 式をブロック線図で表したものを、Fig. 4.3 にしめす。Fig. 4.3 にお



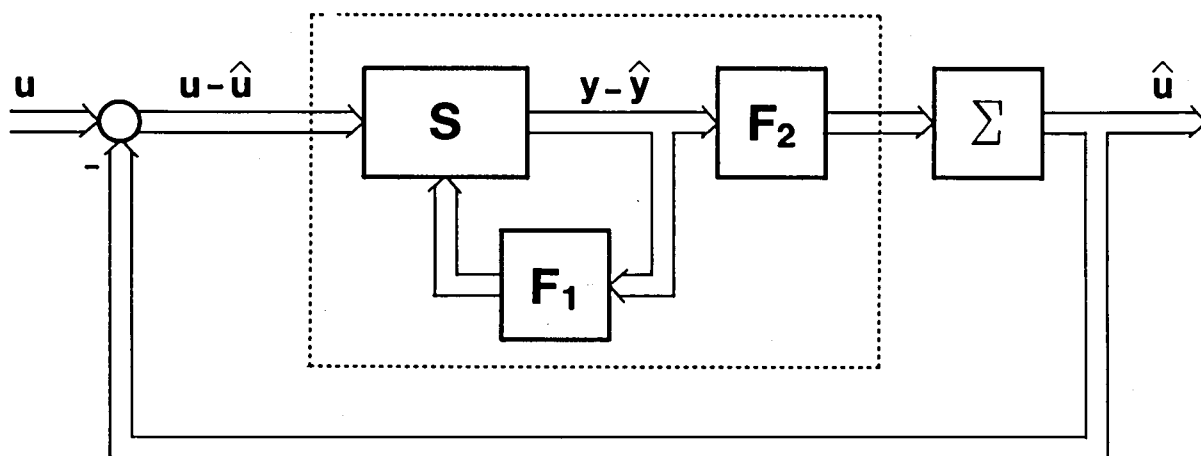


Fig.4.3 Equivalent system of disturbance estimator

いて、点線内の部分が非干渉化されれば、(4.1)、(4.2)式で表わされるプラントは(4.18)式の外乱推定器により非干渉化されることは明らかである。このような非干渉外乱推定器を構成する問題は、双対性を考慮すれば、非干渉制御系を構成する問題として考えることができる。非干渉制御系を構成する手法については、Wonhamら<sup>26)</sup>、Falbら<sup>27)</sup>、Gilbert<sup>28)</sup>や Silvermanら<sup>29)</sup>など多くの研究がなされている。ここでは、対象とする系が直達分を含むことから、Silvermanらの手法を用いて非干渉化を達成する。すなわち、外乱を  $q$  ( $\leq m$ ) 個の組に分割して

$$u = \begin{bmatrix} u^{(1)} \\ \vdots \\ u^{(q)} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

とする。ここで

$$u^{(i)} \in R^{m_i}, \quad \sum m_i = m \quad (4.32)$$

である。同様に

$$u = \begin{bmatrix} u^{(1)} \\ \vdots \\ u^{(q)} \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} F_2^{(1)} \\ \vdots \\ F_2^{(q)} \end{bmatrix}, \quad (4.33)$$

$$B = [B^{(1)} \quad \dots \quad B^{(q)}], \quad D = [D^{(1)} \quad \dots \quad D^{(q)}]$$

とする。さらに、 $F_2$  から  $F_2^{(i)}$  を除いたものを

$$\Omega^{(i)} = \begin{bmatrix} F_2^{(1)} \\ \vdots \\ F_2^{(i-1)} \\ F_2^{(i-1)} \\ \vdots \\ F_2^{(q)} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

とする。このとき

$$\begin{cases} \text{rank } P(B^{(i)}, D^{(i)}, F_1, F_2^{(i)}) = m_i \\ \text{rank } P(B^{(i)}, D^{(i)}, F_1, \Omega^{(i)}) = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (4.35)$$

を満たす  $(F_1, F_2)$  が存在すれば、ブロック非干渉化が達成され、Fig. 4.3 の系は、Fig. 4.4 にしめされるような  $q$  個のサブシステムに分割される。ここで

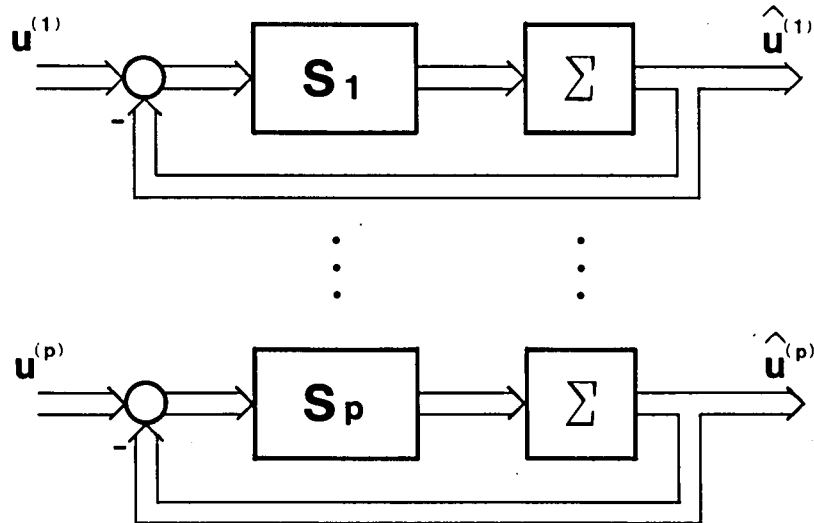


Fig.4.4 Equivalent system of block decoupled disturbance estimator

$$P(B, D, F, G) = \begin{bmatrix} Q(F, G)(B+FD) \\ GD \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$Q(F, G) = \begin{bmatrix} GC \\ GC(A+FC) \\ \vdots \\ GC(A+FC)^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

である。さらに、 $q=m$  のとき、(4.35) 式を満たす  $(F_1, F_2)$  が存在すれば、(4.18) 式の外乱推定器により一対一に非干渉される。

【非干渉化による方法(2)：動的補償器】

簡単のため

$$\text{rank } D \geq 0 \quad (4.38)$$

と仮定し、(4.3)～(4.5) 式、および(4.6)、(4.7) 式として動的補償器

$$\begin{aligned} [S_d] \\ z_{k+1}^j = (A - \widehat{B}^j \widehat{D}^{j\uparrow} C - f^j \widehat{k}^j C) z_k^j + (\widehat{B}^j \widehat{D}^{j\uparrow} + f^j \widehat{k}^j) (y_k - \widehat{y}_k) \\ (j=1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$w_k^j = -\widehat{k}^j C z_k^j + \widehat{k}^j (y_k - \widehat{y}_k) \quad (j=1, 2, \dots, q) \quad (4.40)$$

$$w_k = \begin{bmatrix} u_k^1 \\ \vdots \\ u_k^m \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$v_k = 0 \quad (4.42)$$

を用いて与えられる外乱推定器を考える。ここで

$$\begin{aligned} B &= [b_1 \cdots b_m], \quad D = [d_1 \cdots d_m], \\ \widehat{B}^j &= [b_1 \cdots b_{j-1} \quad b_{j+1} \cdots b_m], \\ \widehat{D}^j &= [d_1 \cdots d_{j-1} \quad d_{j+1} \cdots d_m], \\ \widehat{D}^{j\dagger} &= (\widehat{D}^{jT} \widehat{D}^j)^{-1} \widehat{D}^{jT} \end{aligned} \quad (4.43)$$

であり、 $\widehat{k}^j$  は  $\widehat{D}^j$  の零空間の基底、すなわち

$$k^j D^j = 0 \quad (4.44)$$

を満足するベクトルである。また、 $f^j$  は任意のベクトルである。

このとき、(4.3)～(4.5)式、および(4.39)～(4.42)式の動的補償器  $S_d$  から構成される外乱推定器を用いることにより、(4.1)、(4.2)式で表わされる系が一对一に非干渉化されることはつぎのようにして知ることができる。

いま

$$e^j = x - \widehat{x} - z^j \quad (4.45)$$

とおけば、(4.1)～(4.5)式、および(4.39)～(4.42)式から

$$e_{k+1}^j = (A - \widehat{B}^j \widehat{D}^{j\dagger} C - f^j \widehat{k}^j C) e_k^j + (B - \widehat{B}^j \widehat{D}^{j\dagger} D - f^j \widehat{k}^j D) (u_k - \widehat{u}_k) \quad (4.46)$$

$$u_k^j = \widehat{k}^j C e_k^j + \widehat{k}^j D (u_k - \widehat{u}_k) \quad (4.47)$$

を得る。ここで、(4.43)、(4.44)式の関係から

$$B - \widehat{B}^j \widehat{D}^{j\top} D - f^j \widehat{k}^j D = \left[ \underbrace{0 \cdots 0}_{j-1} \quad b_j - f^j \widehat{k}^j d_j \quad \underbrace{0 \cdots 0}_{m-j} \right] \quad (4.48)$$

$$\widehat{k}^j D = \left[ \underbrace{0 \cdots 0}_{j-1} \quad \widehat{k}^j d_j \quad \underbrace{0 \cdots 0}_{m-j} \right] \quad (4.49)$$

である。これから、 $w^j$  は  $u$  の  $j$  番目の要素のみに関係することがわかる。したがって、動的補償器  $S_d$  により一対一に非干渉化される。

ここで、 $f^j$  を自由に設定することができることから、カルマンフィルタを用いてこれを定めることにより、外乱推定器に要求される 1) 外乱に対する速応性と 2) 観測雑音の影響の軽減とのトレードオフを容易に実現することができる。

上述の方法において、非干渉化による方法 (2) では動的補償器を用いて非干渉化を達成するため、定数フィルタゲインを用いる非干渉化による方法 (1) と比較して、高次の外乱推定器となることは明らかである。したがって、カルマンフィルタによる方法と同次の外乱推定器を得ることができる定数フィルタゲインを用いる方法により構成することが望ましいと考えることができる。しかしながら、非干渉化により一対一に非干渉化を達成する定数フィルタゲイン ( $F_1$ ,  $F_2$ ) が存在するかどうかは、(4.1), (4.2) 式で表わされるプラントに依存する。このことから、まず、定数フィルタゲインを用いる方法によりブロック非干渉化を行ない、ブロック非干渉化されたサブシステムに対して、動的補償器を用いる方法を適用することにより、一対一の非干渉化を達成する外乱推定器を構成する。

## 4-2 低次元化モデル

本研究で扱う異常診断システムでは、まず第2章や第3章で述べた手法により、プラントに発生した外乱の種類を判別し、この判別結果をもとに適切な外乱推定器を用いて外乱を推定することから、一つの外乱推定器が対象とする外乱は限定されていると考えることができる。

いくつかの外乱と、これらの外乱の影響が大きい観測の中から相互相関等を考慮して選ばれた観測との間の入出力関係には、支配的なモードと支配的でないモードが存在する。観測雑音が存在するため、外乱推定という観点からみれば、支配的でないモードはあまり有効でないうえに推定器の次数を上げ複雑にする。また比較的長時間プラントに存在することにより故障に発展する可能性のある外乱の推定を目的とすることから、ここで対象となる外乱は定常的あるいは変化の緩やかなものと考えることができ

る。したがって、プラントの比較的早いモードはほぼ定常状態に達しているとして直達分で近似できる。また、一つの外乱推定器が対象とする外乱の種類を限定し、これらの外乱の影響が大きい観測の中から適当に選ばれた観測との間の入出力関係は、プラント全体のモデルの中で、これらの外乱と観測から完全可制御かつ完全可観測な部分、すなわち *minimal* な部分のみで表わすことができる。これらのことから、プラントを低次のモデルを用いて表現し、これに対して外乱推定器を構成し、外乱推定を行なうことが有効である。本研究では、この低次元化モデルをプラントの入出力データや、実プラントの運転経験等により逐次補正されるシミュレータによる入出力データから同定する。しかしながら、外乱を入力と考えることから、同定のために同時に多くの種類の外乱が生じているときの入出力データを実プラントの過去の運転経験や起動試験などから得ることはまず不可能である。このため、ここでは、一種類の外乱のみを加えたときの、入出力データ  $\{u_i(k), y_i(k), k=1, 2, \dots, N_i\}, i=1, 2, \dots, M$  をいくつか用いて、 $A, B, C$  および  $D$  を推定する。なお、低次元化モデルの次数は、外乱推定まで含めて評価して決定する。

多出力系の同定を行なう場合、まず構造同定という面倒な問題を解かなければならない。しかしながら、低次元化モデルの場合、構造同定、すなわち、モデルの構造指数を決定することは困難である。ところが、Guptaらはシステムが *cyclic* であるという仮定のもとにシステムの入出力の線形結合を新たな出力と考えることにより、構造同定を必要としない多出力系の同定法を提案した。<sup>30)</sup> ここで、前述のように構成される外乱推定器が良好な特性を有するためには低次元化モデルがプラントの入出力特性をよく表現していることが重要であるが、Guptaらの方法では必ずしもこのような低次元化モデルを得ることができない。したがって、本研究においても Guptaらと同様単一出力系に帰着させて考えるが、得られた低次元化モデルが、与えられた入出力データを最小2乗の意味でよく表現するように、同定アルゴリズムとして一般化最小2乗法<sup>31)</sup>および最小2乗法を用いる。

いま、プラントの外乱応答を低次元化モデル

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (4.50)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (4.51)$$

で近似する。ここで

$$\begin{aligned} x &\in R^n, u \in R^m, y \in R^r \\ A &\in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{r \times n}, D \in R^{r \times m} \end{aligned} \quad (4.52)$$

であり,  $u$  は外乱,  $y$  は観測である。さらに

$$\text{a) } (4.50), (4.51) \text{ 式で表わされるシステムは, 完全可制御, 完全可観測かつ cyclic} \quad (4.53)$$

$$\text{b) } \text{行列 } A \text{ は安定かつ正則} \quad (4.54)$$

c)

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A-I & B \\ C & D \end{bmatrix} = n+m \quad (4.55)$$

を仮定する。

【 $A$ および $B$ の推定】

任意の  $\alpha \in R^r$  に対して, (4.50), (4.51) 式から単一出力系

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} z(k) &= \alpha^T y(k) \\ &= \alpha^T Cx(k) + \alpha^T Du(k) \end{aligned} \quad (4.57)$$

が得られる。仮定 a) から, ほとんどすべての  $\alpha$  に対して, (4.56), (4.57) 式で表わされるシステムは可観測である。そして可観測ならば, 一般性を失うことなく

$$A = \begin{bmatrix} O & I_{n-1} \\ -a^T \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1^T \\ \vdots \\ b_n^T \end{bmatrix},$$

$$\alpha^T C = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0], \quad \alpha^T D = b_0^T, \quad (4.58)$$

$$a = \begin{bmatrix} a_n \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix}$$

とすることができる。このとき, (4.56), (4.57) 式から

$$z(k+i) = \varepsilon_{i+1}^T x(k) + \sum_{j=0}^i b_j^T u(k+i-j) \quad (i=0, 1, \dots, n-1) \quad (4.59)$$

$$z(k+n) = -a^T x(k) + \sum_{j=0}^n b_j^T u(k+n-j) \quad (4.60)$$

が得られる。ここで

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{in} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_{ij} = \delta_{ij} \quad (4.61)$$

である。(4.59), (4.60) 式から ARMA モデル

$$z(k+n) + \sum_{i=1}^n a_i z(k+n-i) = \sum_{i=0}^n \beta_i^T u(k+n-i) \quad (4.62)$$

が得られる。ここで, ARMA パラメータと (4.58) 式の間には

$$\begin{bmatrix} \beta_0^T \\ \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_n^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^T \\ b_1^T \\ \vdots \\ b_n^T \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

の関係がある。いま (4.62) 式を簡単のために

$$z(k+n) = Z^T(k) \theta \quad (4.64)$$

と表わす。ここで

$$Z(k) = \begin{bmatrix} z(k) \\ \vdots \\ z(k+n-1) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k+n) \end{bmatrix} \quad (4.65)$$



$$\theta = \begin{bmatrix} -a_n \\ \vdots \\ -a_1 \\ \beta_n \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

である。このとき、単一出力に変換された入出力データ  $(\{u_i(k), z_i(k) = \alpha^T y_i(k), k = 1, 2, \dots, N_i\}, i = 1, 2, \dots, M)$  に対して、一般化最小2乗法を適用し、 $A$ および $B$ を推定する。すなわち

〔STEP-1〕 パラメータ  $\theta$  を評価関数

$$J = \sum_{i=1}^M q_i \left( \sum_{k=1}^{N-n} |z_i(k+n) - Z_i^T(k) \theta|^2 \right) \quad (4.67)$$

が最小となるように選ぶことにより

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \theta} &= \theta^T \left( \sum_{i=1}^M q_i \Omega_i \Omega_i^T \right) - \left( \sum_{i=1}^M q_i w_i \Omega_i^T \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.68)$$

から

$$\theta = \left( \sum_{i=1}^M q_i \Omega_i \Omega_i^T \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^M q_i \Omega_i w_i^T \right) \quad (4.69)$$

を得る。ここで、 $Z_i$  は (4.65) 式において  $\{u_i(k), z_i(k)\}$  を用いたものであり

$$\Omega_i = [Z_i(1) \dots Z_i(N_i - n)] \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (4.70)$$

$$w_i = [z_i(n+1) \dots z_i(N_i)] \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (4.71)$$

である。また  $q_i$  は入出力データの組に対する重みで

$$q_i \geq 0 \quad (4.72)$$

$$\sum_{i=1}^M q_i > 0 \quad (4.73)$$

とし、同定された低次元化モデルの応答が、与えられた入出力データの組すべてにほぼ一致するように  $q_i$  を設定するものである。

〔STEP-2〕 〔STEP-1〕 で得られた  $\theta$  のもとで、(4.64) 式における残差列は

$$e_i(k) = z_i(k) - Z_i^T(k-n)\theta \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.74)$$

で与えられる。いま、残差列 (4.74) 式が白色雑音  $\{v_i(k)\}$  から  $p$  次の AR モデル

$$e_i(k+p) + \sum_{j=1}^p r_i^j e_i(k+p-j) = v_i(k) \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.75)$$

で生成される有色雑音であると仮定する。このとき、AR パラメータ

$$r_i = \begin{bmatrix} r_p^i \\ \vdots \\ r_1^i \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.76)$$

は評価関数

$$J_i = \sum_{k=n}^{N_i-p} |e_i(k+p) - E_i^T(k) r_i|^2 \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.77)$$

を最小とるように選ぶことにより

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_i}{\partial r_i} &= r_i^T (\Pi_i \Pi_i^T) - (\pi_i \Pi_i^T) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.78)$$

から

$$r_i = (\Pi_i \Pi_i^T)^{-1} (\Pi_i \pi_i^T) \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.79)$$

を得る。ここで

$$E_i(k) = \begin{bmatrix} e_i(k) \\ \vdots \\ e_i(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

$$\Pi_i = [E_i(n) \dots \dots E_i(N_i-p)]$$

$$\pi_i = [e_i(n+p) \dots e_i(N_i)] \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

である。

〔STEP-3〕 〔STEP-2〕で求めた AR パラメータ  $r_i$  を用いて、残差を白色化することにより

$$\tilde{z}_i(k) = z_i(k) + \sum_{j=1}^p \theta_j^i z_i(k-j) \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.81)$$

$$\tilde{u}_i(k) = u_i(k) + \sum_{j=1}^p \theta_j^i u_i(k-j) \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (4.82)$$

から、 $(\{u_i(k), z_i(k), k=1, 2, \dots, N_i\}, i=1, 2, \dots, M)$  を得る。

〔STEP-4〕 〔STEP-1〕で求めた ARMA パラメータが収束すれば、これらの手続きを終る。収束しなければ〔STEP-3〕で得られたデータを用いて、〔STEP-1〕へ戻り以下の手順を繰り返す。ただし、適当な回数の繰り返しの後、収束しなければ ARMA モデルの次数  $n$  を変更し、再度同定を行なう。

#### 【CおよびDの推定】

与えられた有限長の入出力データをよく表現する低次元化モデルを得ることが目的であることから、ここでは、前節で得られたパラメータのもとで最適なCおよびDを推定する。(4.59)式をまとめて

$$\bar{z}(k) = x(k) + F\bar{u}(k) \quad (4.83)$$

と表わすことができる。ここで

$$\bar{z}(k) = \begin{bmatrix} z(k) \\ \vdots \\ z(k+n-1) \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ \vdots \\ u(k+n-1) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

$$F = \begin{bmatrix} b_0^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{n-1}^T & \cdots & b_0^T \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

である。したがって、(4.51) 式は

$$y(k) = \tilde{C} G \bar{Z}(k) \quad (4.87)$$

となる。ここで

$$G = \begin{bmatrix} I_n & -F \\ O & I_m & O \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

$$Z = \begin{bmatrix} \bar{z}(k) \\ \bar{u}(k) \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

である。このとき、 $\tilde{C} = [C \ D]$  を評価関数

$$\tilde{J} = \sum_{i=1}^M q_i \left( \sum_{k=1}^{N_i-n+1} |y_i(k) - \tilde{C} G \bar{Z}_i(k)|^2 \right) \quad (4.90)$$

が最小となるように選ぶことにより

$$\tilde{C} = \left( \sum_{i=1}^M \bar{q}_i \bar{w}_i \bar{\Omega}_i^T G^T \right) \left( \sum_{i=1}^M q_i G \bar{\Omega}_i \bar{\Omega}_i^T G^T \right)^{-1} \quad (4.91)$$

を得る。ここで、 $Z_i$  は (4.89) 式において  $\{u_i(k), z_i(k)\}$  を用いたものであり

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_i &= [\bar{Z}_i(1) \quad \cdots \quad \bar{Z}_i(N_i - n + 1)] \\ \bar{w}_i &= [y_i(1) \quad \cdots \quad y_i(N_i - n + 1)] \quad (i=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (4.92)$$

である。

### 4-3 計算機実験 (1) ーカルマンフィルタによる方法ー

本節では、前節で述べた低次元化モデルを用いて、直接カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する方法の有効性を確かめるために、計算機シミュレーションを行なった。対象としたシステムは、第2章、および第3章で用いたと同じ BWR プラントモデルである。

まず、外乱として、蒸気流量検出器以後における蒸気の漏れ  $W_{bp}$  (主蒸気流量定格値の 1~5%)、負荷要求変更  $P_d$  (定格値の 2~10%減少)、反応度異常  $\rho$  ( $-0.065 \sim +0.065\%$  ( $-10 \sim +10 \text{ c}$ )) の 3 種類を考え

$$u = \begin{bmatrix} W_{bp} \\ P_d \\ \rho \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

とする。多数のプロセス信号の中から、物理的考察の結果、観測信号として、中性子密度  $n$ 、タービン入口圧力  $P_T$ 、主蒸気流量  $W_{ps}$ 、再循環流量制御信号  $W_o$  を選び

$$y = \begin{bmatrix} n \\ P_T \\ W_{ps} \\ W_o \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

とする。このモデルを用いて各種の異常に対してそれぞれ 300 秒間のシミュレーションを行ない、0.3 秒ごとに 1000 点のデータを得た。ここで外乱として

$$u_i(t) = \begin{cases} \bar{u}_i(t/50) & (t \leq 50) \\ \bar{u}_i & (t > 50) \end{cases}$$

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.065 \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

を用いた。このデータに対して

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

を用いて、まず、出力の数程度の次数として4次のモデルで同定を行なった。このとき、4-2節の一般化最小2乗法の繰り返しによる ARMA パラメータの変化を Fig. 4.5 にしめす。ここで各パラメータは20回の繰り返しの後の値で正規化してある。Fig. 4.5 から、約5回程度の繰り返してパラメータが収束していることがわかる。このパラメータから低次元化モデル

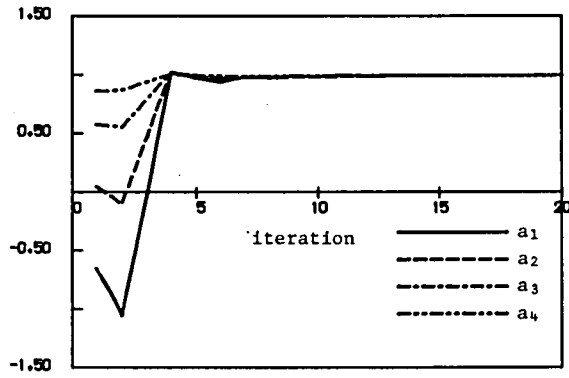
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.735 \times 10^{-1} & 1.347 & -2.854 & 2.779 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -7.521 \times 10^{-2} & -5.707 \times 10^{-4} & 31.88 \\ 7.521 \times 10^{-4} & 1.259 \times 10^{-2} & -1.083 \\ 3.187 \times 10^{-2} & 2.403 \times 10^{-2} & -11.06 \\ 3.082 \times 10^{-2} & 3.376 \times 10^{-2} & -10.10 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -39.15 & 99.80 & -90.89 & 30.81 \\ 2.804 \times 10^{-1} & -7.688 \times 10^{-1} & 7.572 \times 10^{-1} & -2.629 \times 10^{-1} \\ 21.50 & -56.78 & 54.57 & -19.17 \\ 18.36 & -42.25 & 35.56 & -11.38 \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

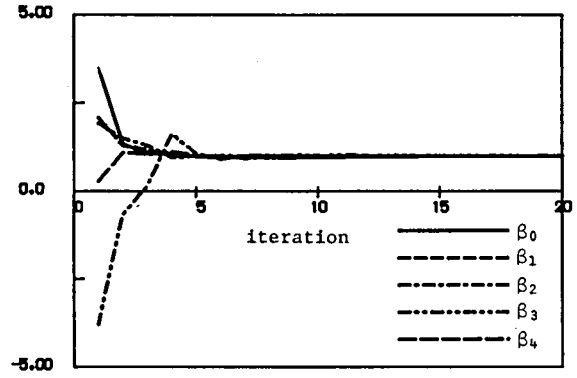
$$D = \begin{bmatrix} -9.966 \times 10^{-1} & -1.133 & 11.08 \\ 3.387 \times 10^{-2} & -1.829 \times 10^{-4} & -5.176 \\ 4.785 \times 10^{-1} & 5.324 \times 10^{-1} & -48.21 \\ 4.520 \times 10^{-1} & 6.022 \times 10^{-1} & -46.15 \end{bmatrix}$$

normalized  
entries of  $a$



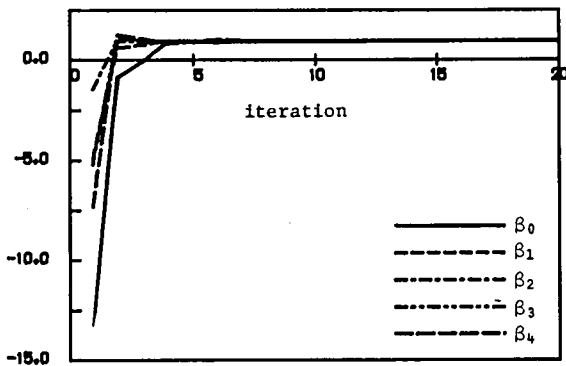
(a) Entries of  $a$

normalized  
entries of  $\beta_1$



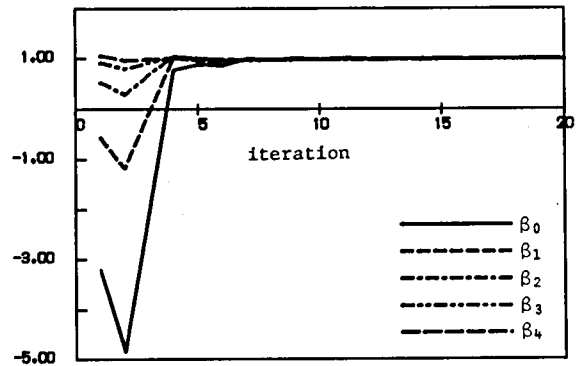
(b) Entries of  $\beta_1$

normalized  
entries of  $\beta_2$



(c) Entries of  $\beta_2$

normalized  
entries of  $\beta_3$



(d) Entries of  $\beta_3$

Fig.4.5 Convergence of ARMA parameters

が得られた。このモデルに対して、Kalman フィルタが4-1節で述べた1)~3)の性質を有するよう  
に重み行列  $\bar{V}$ ,  $\bar{W}$  を対角行列の範囲で探索の結果

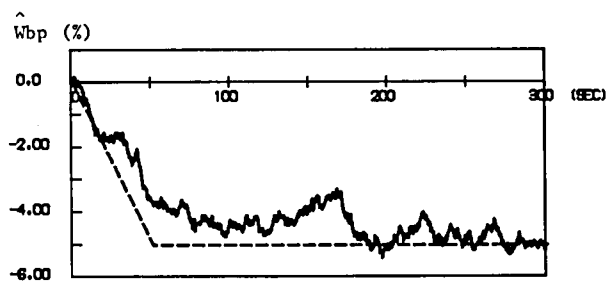
$$\begin{aligned} V &= \text{diag} [ 3 \times 10^{-4}, 10^{-3}, 3 \times 10^{-7} ] \\ W &= \text{diag} [ 10, 10^{-3}, 10, 10 ] \end{aligned} \quad (4.99)$$

として Kalman フィルタを構成し、これを用いて多重外乱

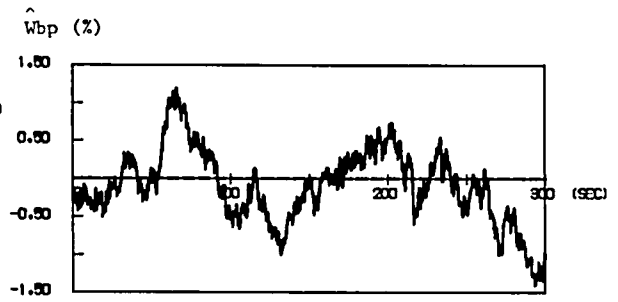
$$u_{di} = \begin{cases} \overline{u_{di}}(t/50) & (t \leq 50) \\ \overline{u_{di}} & (t > 50) \end{cases}$$

$$\overline{u_{d1}} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ -0.039 \end{bmatrix}, \quad \overline{u_{d2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ -0.039 \end{bmatrix}, \quad \overline{u_{d3}} = \begin{bmatrix} -5 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

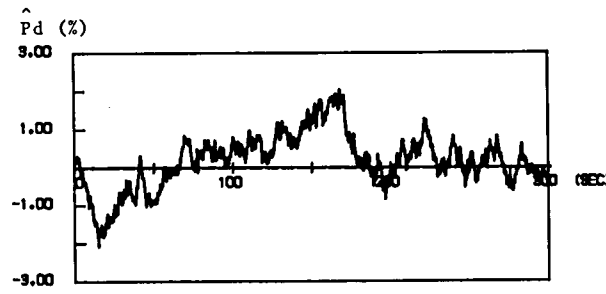
のシミュレーションデータについて外乱推定を行なった結果を Fig 4. 6 ~ 4. 8 にしめす。ここで、破



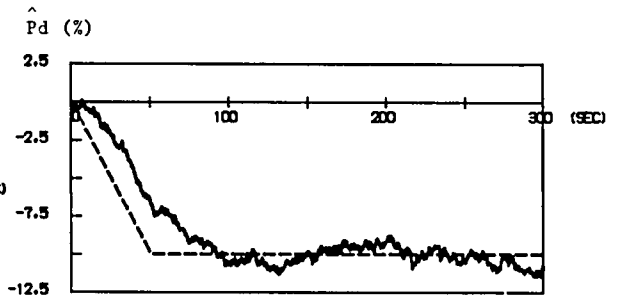
(a) Estimation of main steam leakage



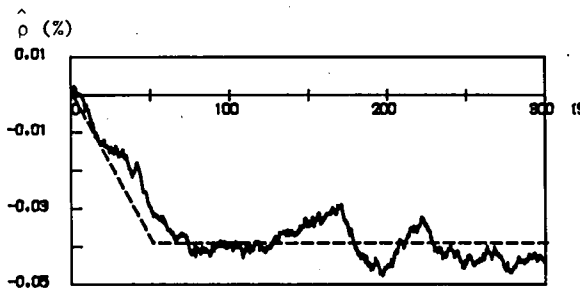
(a) Estimation of main steam leakage



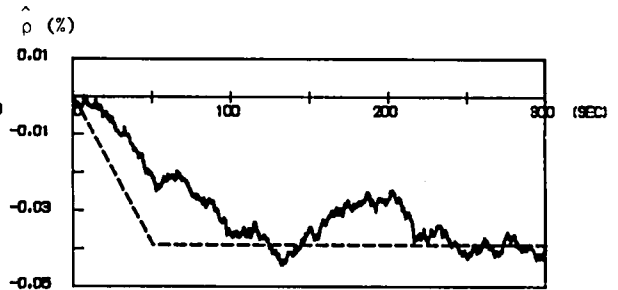
(b) Estimation of load demand change



(b) Estimation of load demand change



(c) Estimation of reactivity disturbance

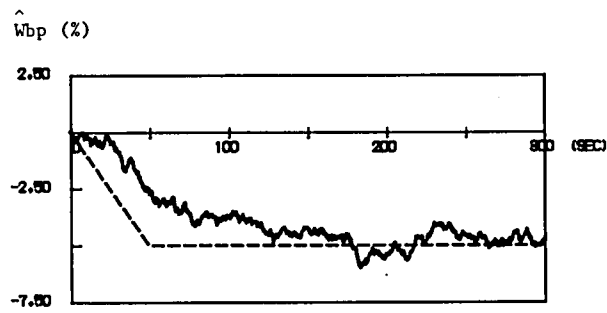


(c) Estimation of reactivity disturbance

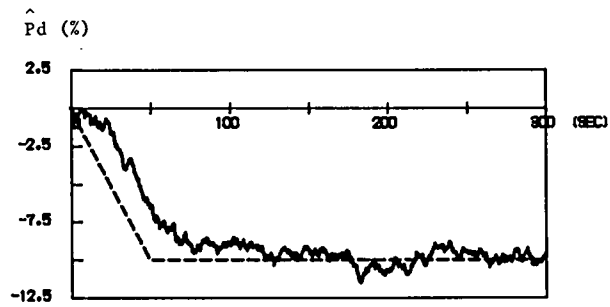
Fig.4.6 Simulation results of disturbance estimation  
in the case of  $W_{bp} = -5\%$  and  $\rho = -0.039\%$

Fig.4.7 Simulation results of disturbance estimation  
in the case of  $P_d = -10\%$  and  $\rho = -0.039\%$

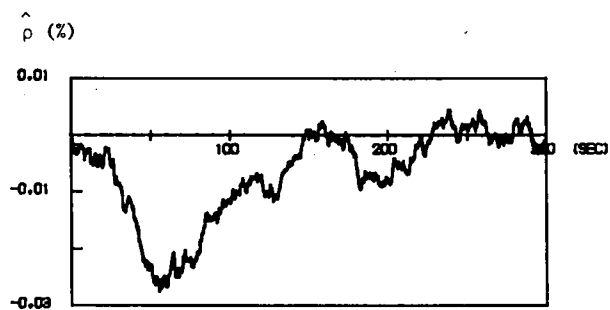




(a) Estimation of main steam leakage



(b) Estimation of load demand change



(c) Estimation of reactivity disturbance

Fig.4.8 Simulation results of disturbance estimation  
in the case of  $W_{bp} = -5\%$  and  $P_d = -10\%$

線は外乱を、実線はその推定値を表わす。また、観測雑音として実際の測定機器の雑音を考慮し、平均 0、分散

$$\Sigma = diag [ 3^2 \quad 0.2^2 \quad 1^2 \quad 1^2 ] \quad (4.101)$$

の白色雑音を仮定した。これらの図から、外乱の範囲および変化の速度と観測雑音の大きさを考慮すれば、ほぼ、4-1節で述べた1) から3) の性質をもつ外乱推定器が得られたことがわかる。このことは、4-2節の方法によって、十分によい低次元化モデルが得られたことをしめしている。したがって低次元化モデルの次数は4次のままとした。

以上から、前節で述べた低次元化モデルに対して直接カルマンフィルタを適用する外乱推定器の構成法は十分に有効であることがわかる。以下では、この手法を用いて異常診断システム phase 2 を構成し、それぞれの外乱推定器の性能を評価した。

まず、外乱として、第2章および第3章で扱った異常に対応して、Table 4.1 にしめす5種類を対

Table 4.1 Considered anomalies

anomaly ID	anomaly source		
1	leakage of main steam	$W_{bp}$	( 0.5～ 5.5%)
2	leakage of feed water	$W_{fw}$	( 0.5～ 5.5%)
3	change of power demand	$P_d$	( -1.0～-11.0%)
4	change of water level		( +2.0～+22.0cm)
	setting value	$L_{set}$	( -2.0～-22.0cm)
5	disturbance of reactivity	$\rho$	( +1.0～+11.0 ¢ )
			( -1.0～-11.0 ¢ )

象とした。これらの異常において、同時に3種類以上のものが発生している可能性は比較的小さいと仮定し、二重異常までを考慮した外乱推定器を設計し、phase 2 を構成した。ここで、それぞれの外乱推定器が推定の対象とした外乱と、外乱推定器の入力となる観測信号を Table 4.2 にしめす。Table 4.2 において用いられた観測信号およびこれに含まれる観測雑音の標準偏差を Table 4.3 にしめ

Table 4.2 Considerd disturbance and observed signals

model ID	disturbance	observed signal
BYFE	$W_{bp}$ $W_{fw}$	$W_{ps}$ $W_{fws}$
BYLE	$W_{bp}$ $L_{set}$	$W_{ps}$ $L_s$
BYLO	$W_{bp}$ $P_d$	$W_{ps}$ $W_{s3}$
BYRE	$W_{bp}$ $\rho$	$W_{ps}$ $W_0$
FELE	$W_{fw}$ $L_{set}$	$W_{fws}$ $L_s$
FELO	$W_{fw}$ $P_d$	$W_{fws}$ $W_{s3}$
FERE	$W_{fw}$ $\rho$	$W_{fws}$ $W_0$
LELO	$L_{set}$ $P_d$	$L_s$ $W_{s3}$
LERE	$L_{set}$ $\rho$	$L_s$ $W_0$
LORE	$P_d$ $\rho$	$W_{s3}$ $W_0$

Table 4.3 Observed signal and observation noise

observed signal		observation noise (standard deviation)
turbine steam flow	$W_{s3}$	1.0(%)
main steam flow	$W_{ps}$	1.0(%)
feed warter flow	$W_{fws}$	1.0(%)
recirculation flow	$W_0$	1.0(%)
vessel warter level	$L_s$	5.0(cm)

す. Table 4.2 にしめされた外乱と観測信号との間の入出力関係を同定するために用いた入出力データおよび各種条件を Table 4.4 にしめす. ここで, 低次元化モデルの同定にもちいた入出力データはそれぞれ

Table 4.4 Condition of model identification

Model ID	Order	Observed signal	$\alpha$	Time series	$q$	Maximum iteration	Convergence index
BYFE	4	$W_{ps}$ $W_{fws}$	5.00 1.00	BYPS1005 FEED1005	1.00 25.00	40	0.0001
BYLE	5	$W_{ps}$ $L_s$	4.00 1.00	BYPS1005 LVLS1005	1.00 1.00	40	0.0001
BYLO	3	$W_{ps}$ $W_{s3}$	1.00 1.00	BYPS1005 LOAD1005	4.00 1.00	50	0.0001
BYRE	5	$W_{ps}$ $W_0$	-1.00 1.00	BYPS1005 RACT1005	1.00 10.00	20	0.001
FELE	4	$W_{fws}$ $L_s$	1.00 1.00	FEED1005 LVLS1005	1.00 1.00	40	0.0001
FELO	4	$W_{fws}$ $W_{s3}$	1.00 -10.00	FEED1005 LOAD1005	100.00 1.00	20	0.0001
FERE	5	$W_{fws}$ $W_0$	1.00 1.00	FEED1005 RACT1005	1.00 3.00	20	0.0001
LELO	5	$L_s$ $W_{s3}$	2.00 1.00	LVLS1005 LOAD1005	1.00 1.00	20	0.0001
LERE	4	$L_s$ $W_0$	1.00 6.00	LVLS1005 RACT1005	40.00 1.00	20	0.0001
LORE	4	$W_{s3}$ $W_0$	1.00 1.00	LOAD1005 RACT1005	1.00 4.00	20	0.0001

- BYPS1005 : 5%の蒸気の漏れ $W_{bp}$ が50秒ランプ状((4.95)式の形状)に生じたもの  
FEED1005 : 5%の給水の漏れ $W_{fw}$ が50秒ランプ状に生じたもの  
LVLS1005 : +20cmの水位設定値の変更 $L_{set}$ が50秒ランプ状に生じたもの  
LOAD1005 : 10%の負荷要求の変更 $P_d$ が50秒ランプ状に生じたもの  
RACT1005 : +0.065% (+10¢)の反応度異常 $\rho$ が50秒ランプ状に生じたもの

に対するものであり、 $\alpha$  は (4.57) 式における多出力系から単一出力系への変換のための係数であり、 $q_i$  は (4.67) 式における入出力データの組に対する重みである。さらに、 $n$  は低次元化モデルの次数である。Table 4.4 の条件のもとに得られた低次元化モデル

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k \quad (4.102)$$

$$y_k = C x_k + D u_k \quad (4.103)$$

Table 4.5 Weight matrices for design of Kalman filter

Model ID	$\bar{V}$	$\bar{W}$
BYFE	$\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 5e-1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1e+3 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+1 \end{bmatrix}$
BYLE	$\begin{bmatrix} 3e-1 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3e+2 & 0.00 \\ 0.00 & 3e+3 \end{bmatrix}$
BYLO	$\begin{bmatrix} 2e-1 & 0.00 \\ 0.00 & 3e-1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3e+2 & 0.00 \\ 0.00 & 3e+2 \end{bmatrix}$
BYRE	$\begin{bmatrix} 1e+3 & 0.00 \\ 0.00 & 2e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2e+6 & 0.00 \\ 0.00 & 2e+6 \end{bmatrix}$
FELE	$\begin{bmatrix} 1e+2 & 0.00 \\ 0.00 & 3e+2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3e+5 & 0.00 \\ 0.00 & 5e+5 \end{bmatrix}$
FELO	$\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 3e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1e+3 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+3 \end{bmatrix}$
FERE	$\begin{bmatrix} 2e+4 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1e+7 & 0.00 \\ 0.00 & 2e+6 \end{bmatrix}$
LELO	$\begin{bmatrix} 1e+1 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3e+4 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+3 \end{bmatrix}$
LERE	$\begin{bmatrix} 1e+4 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2e+7 & 0.00 \\ 0.00 & 2e+6 \end{bmatrix}$
LORE	$\begin{bmatrix} 5e+4 & 0.00 \\ 0.00 & 5e+0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2e+7 & 0.00 \\ 0.00 & 2e+6 \end{bmatrix}$

を, Table D. 1 (付録-4) にしめす.

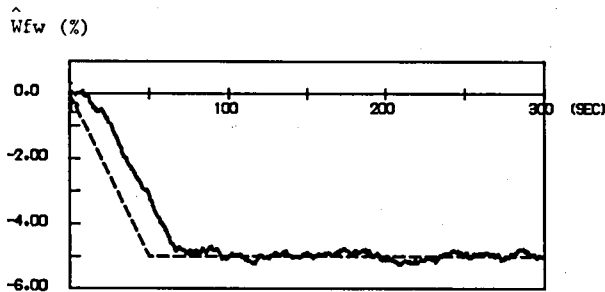
この低次元化モデルに対して, 4-1節で述べたカルマンフィルタによる方法を直接適用し, 外乱推定器を構成した. このとき, 外乱の推定値における観測雑音によるらぎの標準偏差を Table 4. 1 にしめした外乱の最小値の20%以下に, 推定の時間遅れを25秒以下に, さらに, 他の外乱による干渉項をそれぞれの外乱の最小値以下とすることを目標とした. ここで, 重み行列  $\bar{V}$ ,  $\bar{W}$  を対角行列の範囲で探索の結果, 上述の目標を満足する重み行列は Table 4. 5 にしめすようなものとなった. この重み行列から得られる外乱推定器

$$\hat{\xi}_{k+1} = F \hat{\xi}_k + G y_k \quad (4.104)$$

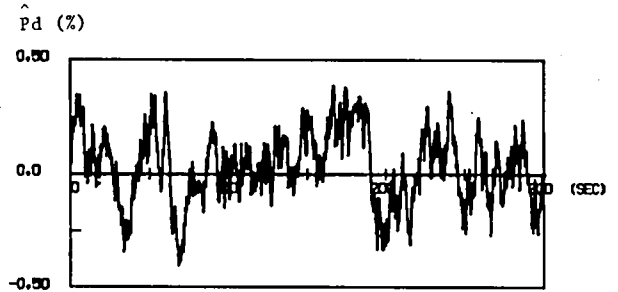
$$u_k = H \hat{\xi}_k \quad (4.105)$$

の係数行列を Table D. 3 (付録-4) にしめす.

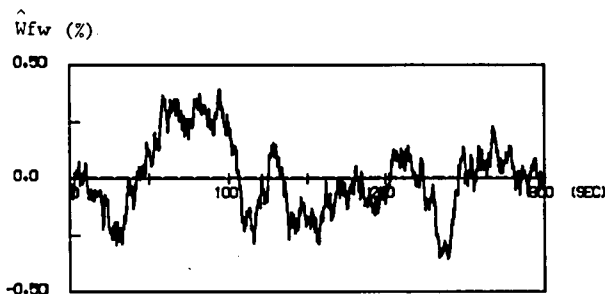
この外乱推定器を用いて外乱推定を行なった結果の例を Fig. 4. 9, 10 にしめす. ここで, Fig. 4. 9 は給水の漏れ  $W_{fw}$  と負荷要求変更  $P_d$  を対象とする外乱推定器 FELO による推定結果であり, 破線



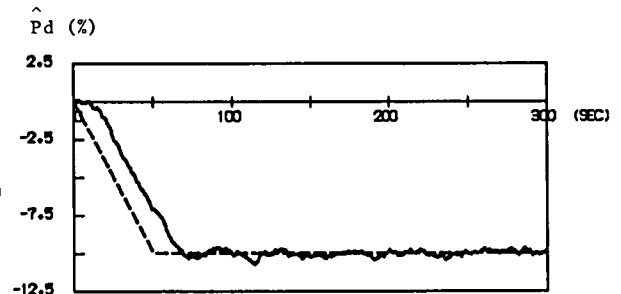
(a-1) Estimation of feed water leakage in the case of  $W_{fw} = -5\%$



(a-2) Estimation of load demand change in the case of  $W_{fw} = -5\%$



(b-1) Estimation of feed water leakage in the case of  $P_d = -10\%$



(b-2) Estimation of load demand change in the case of  $P_d = -10\%$

Fig.4.9 Simulation results of disturbance estimator FELO

は外乱を、実線はその推定値を表わす。また、Fig. 4.10 は水位設定値変更 $L_{set}$ と反応度異常 $\rho$ を対象と

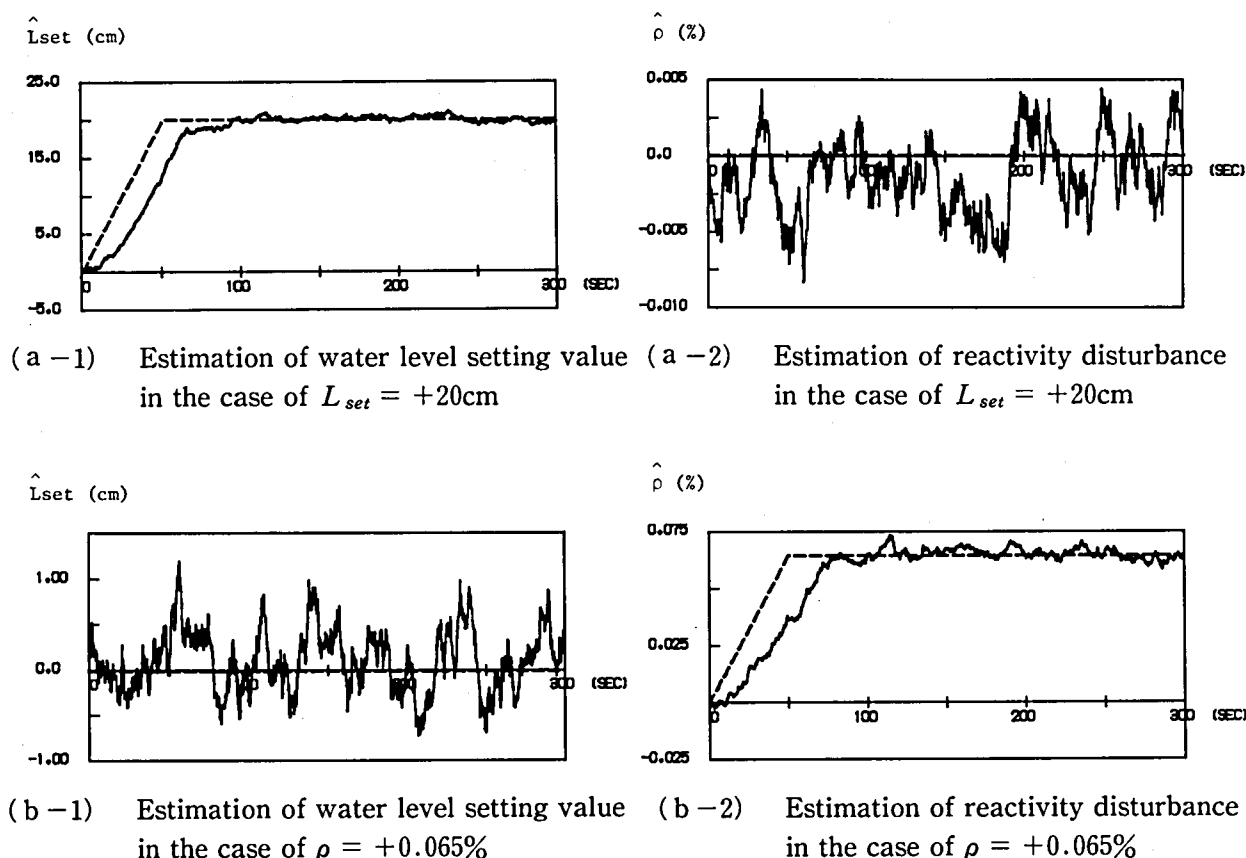


Fig.4.10 Simulation results of disturbance estimator LERE

する外乱推定器 LERE による推定結果である。これらの図から、前述の性能をほぼ満足していることがわかる。

Table D. 3 (付録-4) にしめすすべての外乱推定器の性能を評価した結果を Table 4. 6 にしめす。ここで、 $E_{ci}$  は他の外乱からの干渉による推定誤差を、 $E_{fi}$  は観測雑音による推定誤差(標準偏差)を表わし、 $\tau_i$  は推定の遅れ時間である。この表から、すべての外乱推定器が前述の性能、すなわち、外乱の推定値における観測雑音によるゆらぎの標準偏差を Table 4. 1 にしめした外乱の最小値の20%以下に、推定の時間遅れを25秒以下に、さらに、他の外乱による干渉項をそれぞれの外乱の最小値以下とすることを満たしていることがわかる。しかしながら、重み行列の探索は非常に困難であり、他の外乱による干渉が対象とする外乱の最小値の30%以上のものが約半数であることから、直接カルマンフィルタを用いて外乱推定器を構成する手法では、干渉項に対する考慮を十分に行なうことができないことがわかる。

Table 4.6 Estimation error and delay time of disturbance estimator

model ID	cross term error		fluctuational error		delay time (sec)	
	$E_{c1}$	$E_{c2}$	$E_{f1}$	$E_{f2}$	$\tau_1$	$\tau_2$
BYFE	<sup>2</sup> 0.824%	<sup>1</sup> 0.698%	0.115%	0.128%	18.0	13.5
BYLE	<sup>3</sup> 0.126%	<sup>1</sup> 0.221cm	0.100%	0.109cm	19.5	17.0
BYLO	<sup>4</sup> 0.079%	<sup>1</sup> 0.292%	0.108%	0.107%	15.0	20.5
BYRE	<sup>5</sup> 0.109%	<sup>1</sup> 9.49 e - 3% (1.46 ¢)	0.096%	3.32 e - 3% (0.511 ¢)	19.5	13.0
FELE	<sup>3</sup> 0.678%	<sup>2</sup> 0.225cm	0.076%	0.137cm	18.0	12.0
FELO	<sup>4</sup> 0.315%	<sup>2</sup> 0.140%	0.114%	0.172%	16.0	14.5
FERE	<sup>5</sup> 0.343%	<sup>2</sup> 6.93 e - 4% (0.122 ¢)	0.123%	2.90 e - 3% (0.447 ¢)	10.0	20.5
LELO	<sup>4</sup> 0.570cm <sup>3</sup>	<sup>3</sup> 0.169%	0.076cm	0.159%	17.5	17.0
LERE	<sup>5</sup> 0.196cm	<sup>3</sup> 5.65 e - 3% (0.869 ¢)	0.093cm	2.84 e - 3% (0.437 ¢)	15.5	21.5
LORE	<sup>5</sup> 0.462%	<sup>4</sup> 7.50 e - 3% (1.15 ¢)	0.328%	2.43 e - 3% (0.374 ¢)	9.5	21.0

<sup>1</sup>:  $W_{bp} = 5\%$     <sup>2</sup>:  $W_{fw} = 5\%$     <sup>3</sup>:  $L_{set} = 20\text{cm}$

<sup>4</sup>:  $P_d = 20\%$     <sup>5</sup>:  $\rho = 0.065\% (10\text{ ¢})$

#### 4-4 計算機実験（2） —非干渉化による方法—

本節では、比較のため前節で得られた低次元化モデル（Table D. 1（付録-4））に対して、4-1節で述べた非干渉化による方法を適用し、異常診断システム phase 2 を構成し、それぞれの外乱推定器の性能を評価した。

ここで、Table D. 1（付録-4）にしめされたすべての低次元化モデルに対して、非干渉化による方法（1）により非干渉化を実現する定数フィルタゲインを得ることはできなかった。したがって、ここでは非干渉化による方法（2）を適用し、非干渉化外乱推定器を設計する。

非干渉化による方法（2）により得られる外乱推定器



$$\eta_{k+1}^j = A_d^j \eta_k^j + B_d^j \begin{bmatrix} y_k \\ v_k \end{bmatrix} + f^j w_k^j \quad (j=1, 2) \quad (4.106)$$

$$w_k^j = C_d^j \eta_k^j + D_d^j \begin{bmatrix} y_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad (j=1, 2) \quad (4.107)$$

$$\hat{u}_k^j = H_d^j \eta_k^j \quad (j=1, 2) \quad (4.108)$$

を, Table D. 3 (付録-4) にしめす。(4.106) 式において,  $f^j$  ( $j=1, 2$ ) は, 非干渉性を保った状態で任意に設定できるフィルタゲインであり, これを適当に選ぶことにより, 外乱に対する速応性と観測雑音の影響の低減とのトレードオフの実現をはかることができる。ここでは, このフィルタゲインをカンマンフィルタにより

$$f^j = -\{ B_d^j \bar{V}^j D_d^{jT} \tilde{W}^{j-1} + (A_d^j - B_d^j \bar{V}^j D_d^{jT} \tilde{W}^{j-1} C_d^j) P^j C_d^{jT} \tilde{W}^{j-1} \} \quad (j=1, 2) \quad (4.109)$$

で与えた。ここで,  $P$  はリッカチ方程式

$$(A_d - B_d \bar{V} D_d^T \tilde{W}^{-1} C_d) P (A_d - B_d \bar{V} D_d^T \tilde{W}^{-1} C_d)^T - P \\ - P C_d^T (\tilde{W} - C_d P C_d^T)^{-1} C_d P + B_d \tilde{V} B_d^T = 0 \quad (4.110)$$

$$\tilde{W} = \bar{W} + D_d \bar{V} D_d^T, \quad \tilde{V} = \bar{V} - \bar{V} D_d^T \tilde{W}^{-1} D_d \bar{V} \quad (4.111)$$

の正定解である。(4.109)式のフィルタゲインにより得られた外乱推定器の性能は前節と同様に, 外乱の推定値における観測雑音によるゆらぎの標準偏差を Table 4. 1 にしめした外乱の最小値の20%以下に, 推定の時間遅れを25秒以下とすることを目標とした。ここで, 重み行列  $\bar{V}$ ,  $\bar{W}$  を対角行列の範囲で探索の結果, 上述の目標を満足する重み行列は Table 4. 7 にしめすようなものとなった。この重み行列から得られる外乱推定器

$$\xi_{k+1}^j = F_d^j \xi_k^j + G_d^j y_k^j \quad (4.112)$$

$$\hat{u}_k^j = H_d^j \xi_k^j \quad (4.113)$$

Table 4.7 Weight matrices for design of decoupled estimator  
(to be continued)

$\bar{V}$	<u>BYFE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>BYFE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+2]$	$[5e+2]$
$\bar{V}$	<u>BYLE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>BYLE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+3]$	$[1e+2]$
$\bar{V}$	<u>BYLO1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>BYLO2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+5]$	$[5e+2]$
$\bar{V}$	<u>BYRE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>BYRE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 8e-1 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[3e+2]$	$[1e+6]$
$\bar{V}$	<u>FELE1</u> $\begin{bmatrix} 1e-0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+4 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>FELE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+2]$	$[3e+2]$

Table 4.7 Weight matrices for design of decoupled estimator

$\bar{V}$	<u>FELO1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>FELO2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[3e+2]$	$[1e+2]$
$\bar{V}$	<u>FERE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>FERE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+6 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[6e+2]$	$[1e+5]$
$\bar{V}$	<u>LELO1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>LELO2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 4e-2 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[3e+2]$	$[5e+0]$
$\bar{V}$	<u>LERE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>LERE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+2]$	$[1e+6]$
$\bar{V}$	<u>LORE1</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$	<u>LORE2</u> $\begin{bmatrix} 1e+0 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1e+0 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1e+0 \end{bmatrix}$
$\bar{W}$	$[1e+2]$	$[2e+7]$

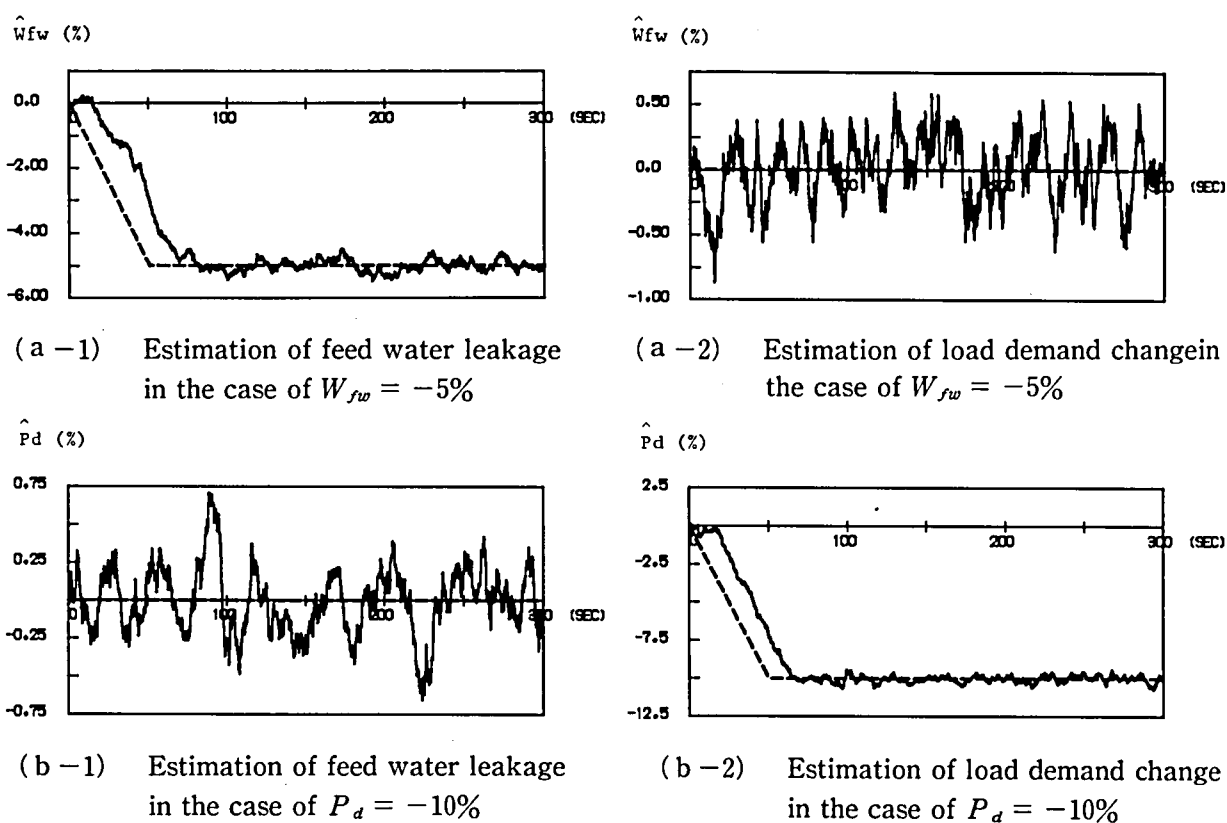


Fig.4.11 Simulation results of decoupled estimator FELO (FELO1 and FELO2)

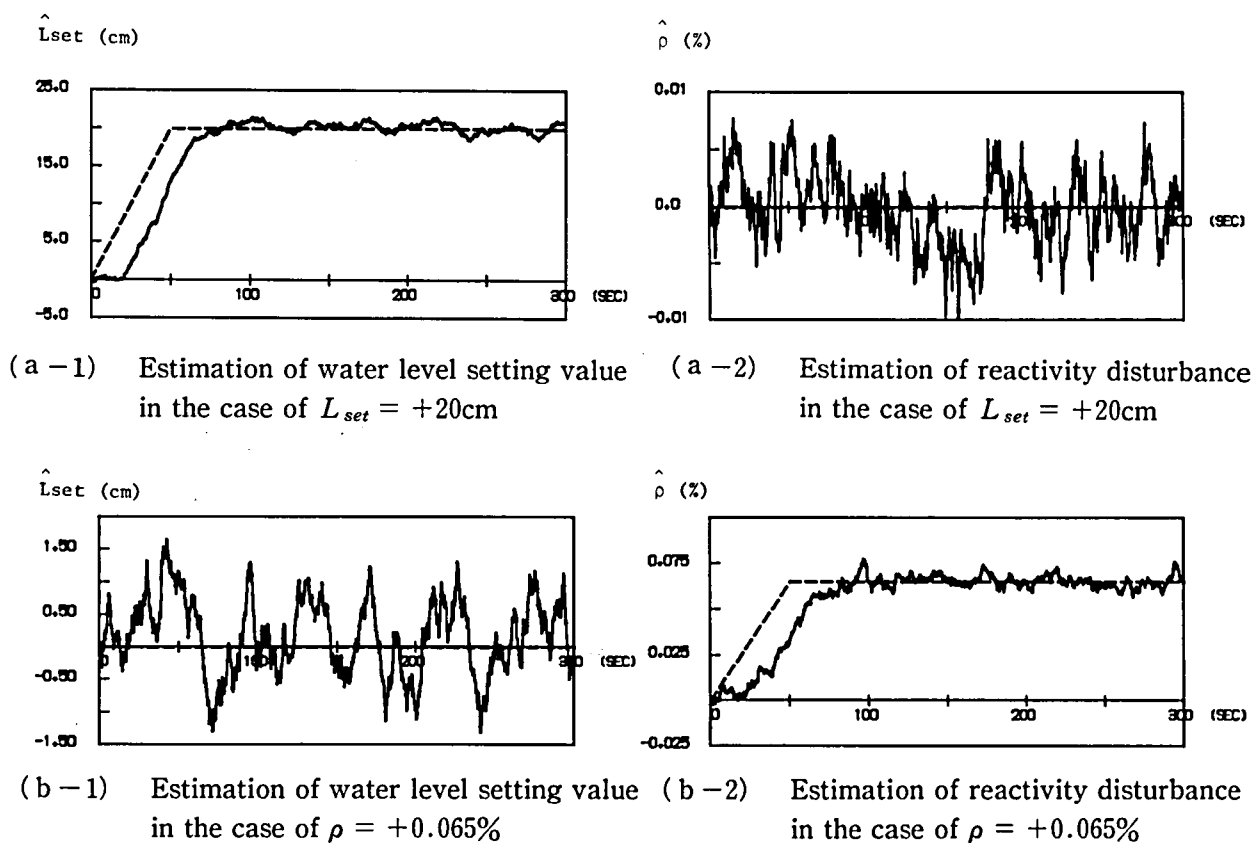


Fig.4.12 Simulation results of decoupled estimator LERE (LERE1 and LERE2)

の係数行列を Table D. 4（付録－4）にしめす。

この外乱推定器を用いて外乱推定を行なった結果の例を Fig. 4.11, 12 にしめす。ここで, Fig. 4.11 は給水の漏れ $W_{fw}$ と負荷要求変更 $P_d$ を対象とする外乱推定器 FELO による推定結果であり, 破線は外乱を, 実線はその推定値を表わす。また, Fig 4.12 は水位設定値変更 $L_{set}$ と反応度異常 $\rho$ を対象とする外乱推定器 FERE による推定結果である。これらの図から, 前述の性能をほぼ満足していることがわかる。

Table D. 4（付録－4）にしめすすべての外乱推定器の性能を評価した結果を Table 4. 8 にしめ

Table 4.8 Estimation error and delay time of decoupled estimator

model ID	cross term error		fluctuational error		delay time (sec)	
	$E_{c1}$	$E_{c2}$	$E_{f1}$	$E_{f2}$	$\tau_1$	$\tau_2$
BYFE	<sup>2</sup> 0.063%	<sup>1</sup> 0.525%	0.196%	0.160%	15.5	23.0
BYLE	<sup>3</sup> 0.085%	<sup>1</sup> 0.418cm	0.160%	0.772cm	19.0	16.5
BYLO	<sup>4</sup> 0.017%	<sup>1</sup> 0.329%	0.215%	0.326%	10.5	17.0
BYRE	<sup>5</sup> 0.022%	<sup>1</sup> 5.81 e - 4% (0.089 ¢)	0.185%	3.58 e - 3% (0.402 ¢)	17.5	23.5
FELE	<sup>3</sup> 0.336%	<sup>2</sup> 0.100cm	0.223%	0.791cm	21.5	5.5
FELO	<sup>4</sup> 0.402%	<sup>2</sup> 0.054%	0.201%	0.249%	21.0	14.5
FERE	<sup>5</sup> 0.024%	<sup>7</sup> 7.90 e - 4% (0.122 ¢)	0.196%	2.98 e - 3% (0.459 ¢)	21.5	24.5
LELO	<sup>4</sup> 0.450cm	<sup>3</sup> 0.301%	0.696cm	0.443%	8.5	18.5
LERE	<sup>5</sup> 0.277cm	<sup>3</sup> 2.74 e - 3% (0.421 ¢)	0.610cm	3.23 e - 3% (0.496 ¢)	18.5	22.0
LORE	<sup>5</sup> 0.089%	<sup>4</sup> 1.35 e - 3% (0.207 ¢)	0.262%	2.75 e - 3% (0.424 ¢)	10.5	23.0

<sup>1</sup>:  $W_{bp} = 5\%$     <sup>2</sup>:  $W_{fw} = 5\%$     <sup>3</sup>:  $L_{set} = 20\text{cm}$

<sup>4</sup>:  $P_d = 20\%$     <sup>5</sup>:  $\rho = 0.065\% (10\text{ ¢})$

す。ここで,  $E_{ci}$  は他の外乱からの干渉による推定誤差を,  $E_{fi}$  は観測雑音による推定誤差(標準偏差)を表わし,  $\tau_i$  は推定の遅れ時間である。この表から, すべての外乱推定器が前述の性能, すなわち, 外乱の推定値における観測雑音によるゆらぎの標準偏差を Table 4. 1 にしめした外乱の最小値の20%

以下に、また、推定の時間遅れを25秒以下とすることを満たしていることがわかる。ここで、他の外乱による干渉の影響は、原子力プラントの外乱応答と、同定された低次元化モデルの外乱応答の違いに起因するものであり、より精度の良いモデルを用いることにより改善される性質のものである。

Table D. 4 (付録-4)の結果を4-3節の結果と比較することにより、ここで述べた非干渉化による方法は、直接カルマンフィルタを用いる方法よりも、干渉項は小さくなっているが、外乱に対する速応性および観測雑音の影響の低減が劣化する傾向があることがわかる。これは、非干渉化による方法では、非干渉性を保った状態でカルマンフィルタとして設計することから、フィルタゲインに制限が加わるためであるが、両者の差はわずかである。

しかしながら、非干渉化による方法では、外乱推定器が対象とする一つの外乱とその推定値との間での速応性と観測雑音の影響の低減とのトレードオフの実現をはかるだけでよいことから、直接カルマンフィルタを用いる方法と比較して、重み行列の探索は非常に簡単であった。

以上のことから、ここで述べた手法は有効であると考えられる。

## 4-5 結 論

本章では、原子力プラントの外乱応答を低次元化モデルとして同定し、このモデルに対して、直接カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する手法、および定数フィルタゲインや動的補償器を用いて非干渉化を実現した後カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する手法について述べ、計算機実験により、これらの手法が有効であることを確かめた。ここで、低次元化モデルの次数は、出力と等しい次数から増加し、得られた外乱推定器（直接カルマンフィルタにより構成される外乱推定器）が所要の性能を有するように試行錯誤により定めた。直接カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する方法では低次元の外乱推定器を得ることができるが、4-3節でも述べたように、外乱に対する速応性、観測雑音の影響の低減および外乱間の非干渉性を同時に満足する重み行列の探索は非常に困難であり、熟練を要する作業である。これに対して、非干渉化を行なった後カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する方法では、定数フィルタゲインを用いた場合には直接カルマンフィルタを適用した場合と同次元の外乱推定器が得られるが、動的補償器を用いた場合には高次元の外乱推定器となる。しかしながら、重み行列の探索は非常に簡単となる。したがって、これらの方法のいずれを用いるかは、対象とする外乱から定められる低次元化モデルの性質や、カルマンフィルタを構成する重み行列の探索の容易さ等を考慮して選択することが望ましいと考えられる。

低次元化モデルの次数の合理的な決定法や、カルマンフィルタを適用して外乱推定器を構成する際必要となる重み行列の探索法などの開発は今後の課題である。

本研究は、原子力プラントに発生した異常により観測信号に生じる偏差から、異常の検出および分類を行ない、さらに、異常の大きさおよび時間的变化を推定する手法について検討したものである。

第2章では、異常の大きさの適当な範囲を群とし、それぞれの群に対する尤度関数を正規分布の確率密度関数で近似し、これを用いて尤度関数の値が最大となる群に属する異常が発生していると判断（最尤推定）する手法を提案した。このとき、すべての群に対する尤度関数の値があるしきい値以下となる場合、予期しない異常であると判断することにより、あらかじめ想定した異常以外の異常を検出することができる。この手法が有効であることを計算機実験により確かめた。この手法は対象とする異常を追加した場合でも、新たに追加した異常に対してのみ正規分布で近似された尤度関数を与えることにより適用可能であり、拡張性に優れている。しかしながら、この手法は静的あるいは準静的な異常に対して静的な判定を行なうことから、動的な異常（変化の激しい異常）に対しては判定を誤り、適用できないことが欠点である。

第3章では、観測信号にあらわれる偏差があらかじめ想定した異常の大きさに対して線形であるという仮定のもとで、多重異常に対しても適用でき、さらに、観測信号にあらかじめ想定した異常による偏差以外のものが生じたとき、予期しない異常であると判別する手法を提案し、計算機実験によりその有効性を確認した。しかしながら、本手法はBWRのようにプラントがあらかじめ考慮した異常に対してほぼ線形な観測を与える場合について考察を行なったものであり、この仮定が成立しない場合には適用することができない。また、第2章の手法と同様に動的な異常に対して適用できないことが欠点である。

第4章では、第2章や第3章の手法により分類された外乱に対して、原子力プラントの入出力データから同定された低次元化モデルを用いて構成された外乱推定器により、外乱の大きさおよび時間的变化を推定する手法について検討し、この手法が有効であることを計算機実験により確認した。ここで、直接カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する方法では低次元の外乱推定器を得ることができるが、外乱に対する速応性、観測雑音の影響の低減および外乱間の非干渉性を同時に満足する重み行列の探索は非常に困難であり、熟練を要する。これに対して非干渉化を実現した後カルマンフィルタにより外乱推定器を構成する方法では、定数フィルタゲインを用いる場合には直接カルマンフィルタを適用する場合と同次元の外乱推定器が得られるが、動的補償器を用いる場合には高次元の外乱推定器となる。しかしながら、外乱に対する速応性および観測雑音の影響の低減を同時に満足する重み行列の探索は非常に簡単になる。したがって、これらの方法のいずれを用いるかは、対象とする外乱から定められる低次元化モデルの性質や、カルマンフィルタを構成する重み行列の探索の容易さ等を考慮して選択することが望ましい。

以上のことから、本研究で提案した原子力プラントの異常診断システムは、原子力プラントに生じた軽微な異常を早期に検出し、異常の大きさおよび時間的变化を推定することにより、運転員の判断を助け、プラントの信頼性の向上に寄与し、実プラントにおいても十分実用に供し得るものであると考えられる。

動的な異常や、より小さな異常に対しても適用することができる判別手法、低次元化モデルの次数の合理的な決定法や、カルマンフィルタを適用して外乱推定器を構成する際必要となる重み行列の探索法などの開発は今後の課題である。



## 謝

## 辞

本研究は筆者が京都大学原子エネルギー研究所において行なった研究の成果をまとめたものである。研究の推進にあたって終始御指導いただいた京都大学原子エネルギー研究所若林二郎教授に感謝いたします。さらに、多くの有益な助言をいただいた京都大学原子エネルギー研究所吉川栄和助教授、大西正視助手に感謝いたします。

なお、本研究において、第2章、および第3章で述べた異常判別手法は京都大学工学研究科五福明夫君と共同で開発したものである。また、第4章で述べた非干渉化による外乱推定器の構成法は京都大学工学研究科白石宏司君と共同で開発したものである。両君に感謝いたします。

最後に、カルマンフィルタ設計における重み行列の探索にあたって御手伝いいただいた京都大学原子エネルギー研究所技術補佐員右近守君に感謝いたします。

## 参 考 文 献

- 1) T. Nomura : BWR Noise Spectra and Application of Noise Analysis to FBR, Proc. of Specialists Meeting on Reactor Noise (1974)
- 2) K. Behringer, L. Kostic and W. Seifritz : Observation of In-core Instrument Tube Vibration in a Boiling Water Reactor by Evaluating Reactor Noise Data, Progress in Nuclear Energy, 1,183/185 (1979)
- 3) D. Wach and R. Sunder : Improved PWR Neutron Noise Interpretation Based on Detailed Vibration Analysis, ibid, 309/322 (1979)
- 4) Y. Tigeot and F. LeGuillou : Neutron Noise Induced by Vibration on the French Phenix LMFBR, ibid, 487/496 (1979)
- 5) P. G. Bentley and M. J. Beesley : Pattern Recognition of Temperatures Produced by Malfunctions in Fast Reactor Fuel Elements, Progress of Specialists Meeting on Reactor Noise III, 9,170/180 (1981)
- 6) H. Inujima, T. Ogino, K. Haga and Y. Kikuchi : Detection of Local Sodium Boiling in a Simulated LMFBR Fuel Subassembly, ibid, 107/121 (1981)
- 7) Y. Fujita and H. Ozaki : Neutron Noise Monitoring of Reactor Core Internal Vibrations at PWRs in Japan, ibid, 423/436 (1981)
- 8) C. H. Meijer, B. Frogner and A. B. Long : A Disturbance Analysis System for On-line Power Plant Surveillance and Diagnosis, Proc. of IAEA/Nuclear Power Plant Control and Instrumentation, 215/231 (1980)
- 9) T. Ogino, Y. Mineo, M. Fujii and T. Yokoyama : Diagnostic Technique by use of Plant Event Data Base, IAEA Symp. on Operational Safety of Nuclear Power Plants, 15 (1983)
- 10) J. Wakabayashi, A. Fukumoto, S. Tashima and I. Kawahara : Application of Adaptive Kalman Filtering Technique for the Diagnostic System of Nuclear Power Plants, Proc. of 19th IEEE Conf. on Decision and Control, 1,127/132 (1980)
- 11) 田嶋, 川原, 若林 : 異常診断のためのシステム同定について, 日本原子力学会分科会, D 7, 157 (1980)
- 12) 五福, 川原, 田嶋, 若林 : 原子力プラントの診断システム (I) (異常分類手法の研究), 日本原子力学会年会, D22, 156 (1981)
- 13) 田嶋, 五福, 川原, 若林 : 原子力プラントの診断システム (II) (外乱推定手法の研究), 日本原

子力学会年会, D23, 157 (1981)

- 14) 田嶋, 五福, 若林: 原子力プラントの異常診断システム—多重異常の場合の一考察—, 日本原子力学会分科年会, C31, 111 (1982)
- 15) J. Wakabayashi, S. Tashima and A. Gofuku: Study on the Diagnostic System of Nuclear Power Plants Operation, Proc. IAEA/Nuclear Power Plant Control and Instr. , IAEA—SM—265/33,187/201 (1982)
- 16) 五福, 田嶋, 若林: 原子力プラントの診断システム—多重異常の判別—, 日本原子力学会年会, D30, 228 (1983)
- 17) 田嶋, 若林: 低次元化モデルを用いた原子力プラントの外乱推定, 計測自動制御学会論文集, 19, 15/20 (1983)
- 18) 奥野忠一他: 多変量解析法 (改訂版), 日科技連出版社 (1981)
- 19) 青木英人, 伊藤睦, 田辺章: BWRプラントの動特性, 東芝レビュー, 22, 841/846 (1967)
- 21) 吉島重和, 橋本弘, 伊藤睦: BWR発電所の制御特性, 東芝レビュー, 24, 30/38 (1969)
- 21) 前田周一郎: 函数解析, 森北出版 (1974)
- 22) 関口隆: 入力波形の再現と準Invariance制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, 10, 737/741 (1974)
- 23) J. S. Meditch and G. H. Hostetter: Observers for Systems with Unknown and Inaccessible Inputs, Int. J. Control, 19,473/480 (1974)
- 24) D. G. Luenberger: Canonical Forms for Linear Multivariable Systems, IEEE Trans. on Automat. Contr. , AC—12, 290/293 (1967)
- 25) R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans. ASME, J. Basic Eng. , 82,35/45 (1960)
- 26) W. M. Wonham and A. S. Morse: Decoupling and Pole Assignment in Linear Multivariable Systems: A Geometric Approach, Int. J. Control, 8,1/18 (1970)
- 27) P. L. Falb and W. A. Wolovich: Decoupling in the Design of Multivariable Control Systems, IEEE Trans. on Automat. Contr. , AC—12, 651/659 (1967)
- 28) E. G. Gilbert: The Decoupling of Multivariable Systems by State Feedback, Int. J. Control, 7,50/63 (1969)
- 29) L. M. Silverman and H. J. Payne: Input—output Structure of Linear Systems with Application to the Decoupling Problem, Int. J. Control, 9,199/233 (1971)
- 30) R. D. Gupta and F. W. Fairman: Parameter Estimation for Multivariable Systems, IEEE Trans. on Automat. Contr. ,AC—19, 546/549 (1974)
- 31) 相良節夫他: システム同定, 計測自動制御学会 (1981)

# 付 録

## 付録一 1

系

$$x_{k+1} = A x_k + B u_k \quad (\text{A. 1})$$

$$y_k = C x_k + D u_k \quad (\text{A. 2})$$

の拡大系

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O \\ 1 \end{bmatrix} v_k \quad (\text{A. 3})$$

$$y_k = [C \ D] \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} \quad (\text{A. 4})$$

について考える。ここで

$$x \in R^n, \quad u \in R^m, \quad y \in R^r \quad (\text{A. 5})$$

とする。このとき、(A. 1), (A. 2) 式の系において、組  $(C, A)$  が完全可観測であり、かつ

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A-I & B \\ C & D \end{bmatrix} = n + m \quad (\text{A. 6})$$

ならば、拡大系において組

$$\left( [C \ D], \begin{bmatrix} A & B \\ O & I \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A. 7})$$

は完全可観測である。

証明) 拡大系の observability matrix は

$$N = \begin{bmatrix} C & D \\ CA & D+CB \\ CA^2 & D+CB+CA B \\ \vdots & \vdots \\ CA^{n+m-1} & D+CB+\dots+CA^{n+m-2}B \end{bmatrix} \quad (\text{A. 8})$$

で与えられる。ここで

$$P = [P_{ij}]$$

$$P_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i-j} \binom{i-1}{j-1} I_r, & (j \leq i) \\ 0 & (j > i) \end{cases} \quad (\text{A. 9})$$

とおけば

$$PN = \begin{bmatrix} C & D \\ C(A-I) & CB \\ C(A-I)^2 & C(A-I)B \\ \vdots & \vdots \\ C(A-I)^{n+m-1} & C(A-I)^{n+m-2}B \end{bmatrix} \quad (\text{A. 10})$$

となる。ここで、組  $(C, A)$  が完全可観測であれば、 $A$  が安定であると仮定しても一般性を失わない。したがって

$$|A-I| \neq 0 \quad (\text{A. 11})$$

であり

$$PN \begin{bmatrix} I & -(A-I)^{-1}B \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & D-C(A-I)^{-1}B \\ C(A-I) & O \\ C(A-I)^2 & O \\ \vdots & \vdots \\ C(A-I)^{n+m-1} & O \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

を得る。ここで

$$\begin{bmatrix} A-I & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -(A-I)^{-1}B \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-I & O \\ C & D-C(A-I)^{-1}B \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

と、(A.6) 式から

$$\text{rank} [D-C(A-I)^{-1}B] = m \quad (\text{A.14})$$

である。したがって

$$\begin{aligned} \text{rank} [N] &= \text{rank} \begin{bmatrix} C & D-C(A-I)^{-1}B \\ C(A-I) & O \\ C(A-I)^2 & O \\ \vdots & \vdots \\ C(A-I)^{n+m-1} & O \end{bmatrix} \\ &= n + m \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

であり、組 (A.7) は完全可観測である。

## 付録-2

組 (C, A) が完全可観測であれば、組

$$\left( \begin{bmatrix} C & O \\ O & I_m \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A & O \\ O & O \end{bmatrix} \right) \quad (\text{B.1})$$

は完全可観測である。

証明) 組 (B. 1) に対する observability matrix は

$$N = \begin{bmatrix} C & I \\ O & I \\ CA & O \\ O & O \\ CA^2 & O \\ O & O \\ \vdots & \vdots \\ CA^{n+m-1} & O \\ O & O \end{bmatrix} \quad (\text{B. 2})$$

となる。ここで

$$A \in R^{n \times n} \quad (\text{B. 3})$$

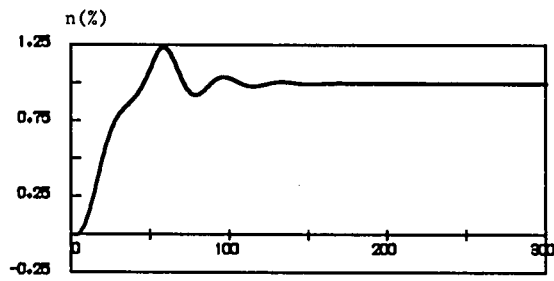
とする。(B. 2) 式から、組 (C, A) が完全可観測ならば

$$\text{rank} [N] = n + m \quad (\text{B. 4})$$

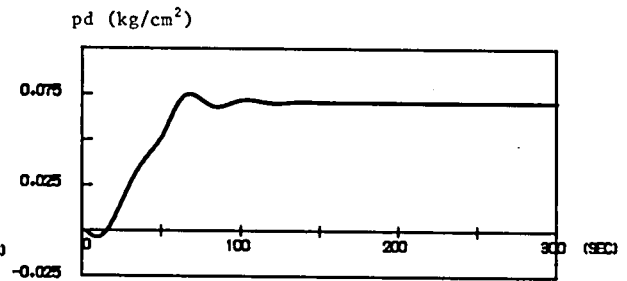
となり、組 (B. 1) が完全可観測であることは明らかである。

### 付録— 3

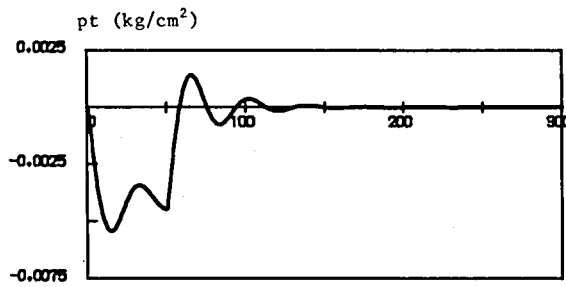
第2章で述べたシミュレータによる観測信号の例である。ここで対象とした異常は主蒸気定格流量の1%に相当する蒸気の漏れであり、0秒から50秒間ランプ状に増加し、以後一定となるようなものである。Fig. C. 1 は観測雑音を含まない観測信号、Fig. C. 2 は観測雑音を含む観測信号、および Fig. C. 3 は40次の MA (Moving Average) フィルタにより雑音の低減を行なった観測信号である。



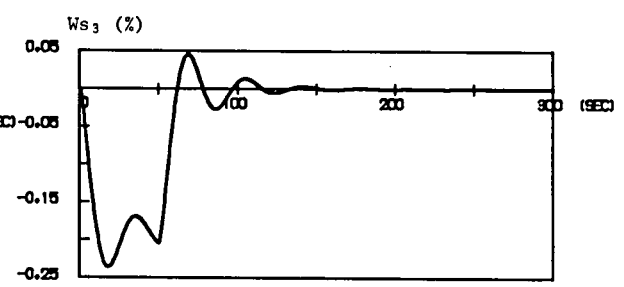
(a) Neutron flux



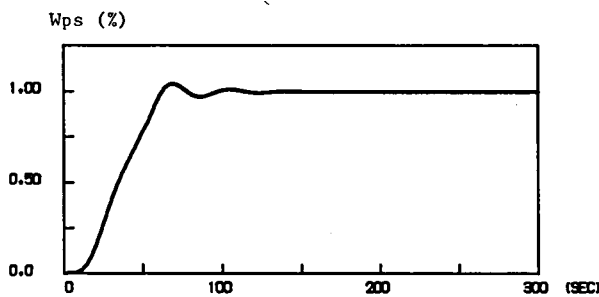
(b) Dome pressure



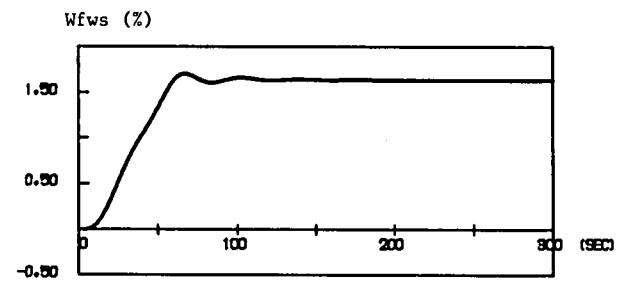
(c) Turbine input pressure



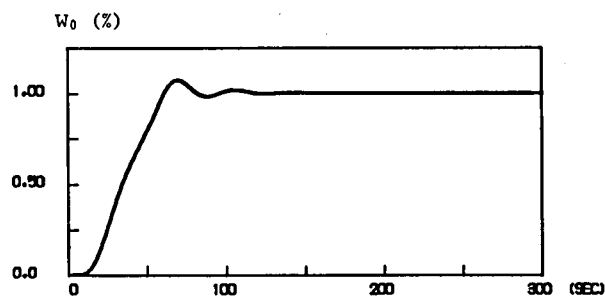
(d) Turbine steam flow



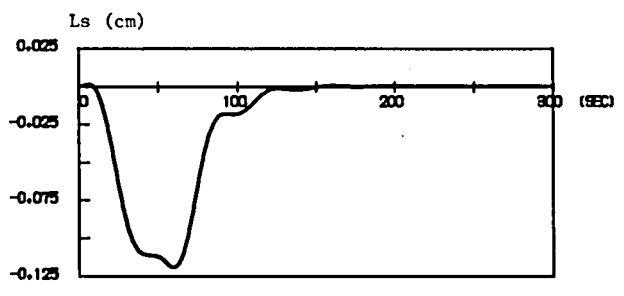
(e) Main steam flow



(f) Feed water flow



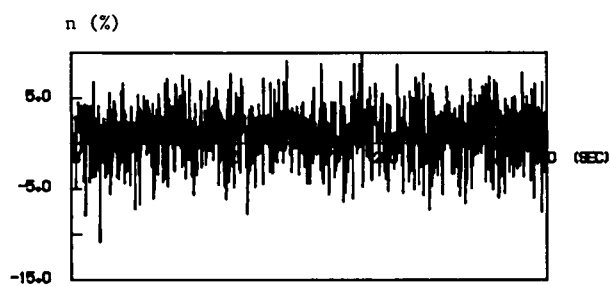
(g) Recirculation flow



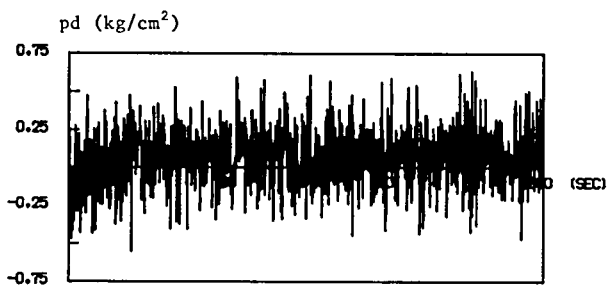
(h) Vessel water level

Fig.C.1 Typical observed signals without observation noise

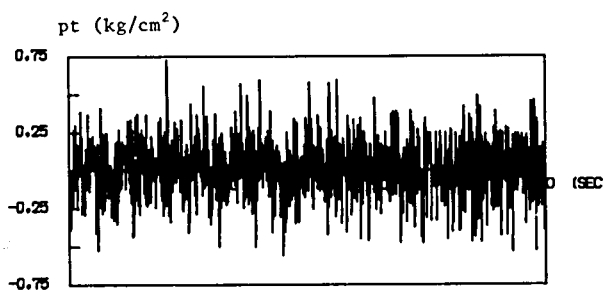




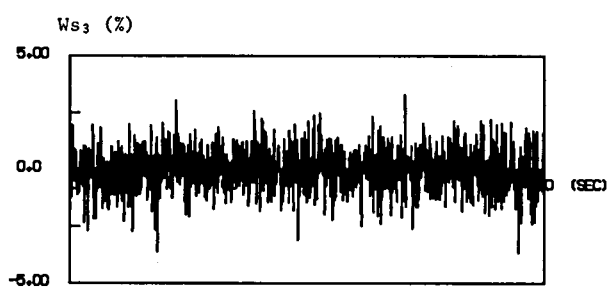
(a) Neutron flux



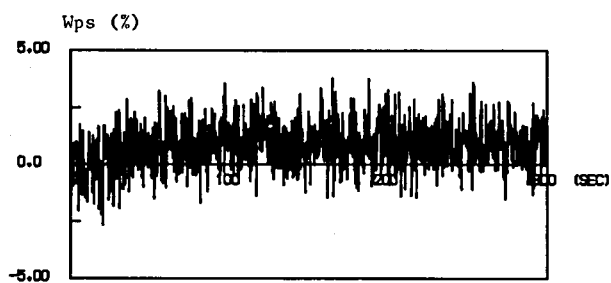
(b) Dome pressure



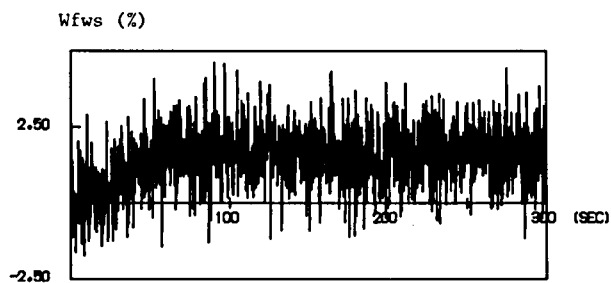
(c) Turbine input pressure



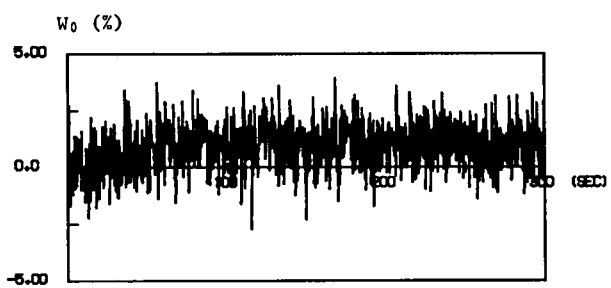
(d) Turbine steam flow



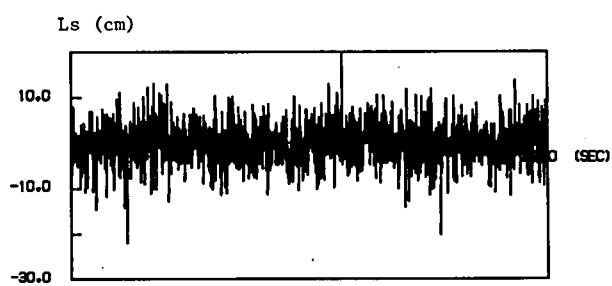
(e) Main steam flow



(f) Feed water flow

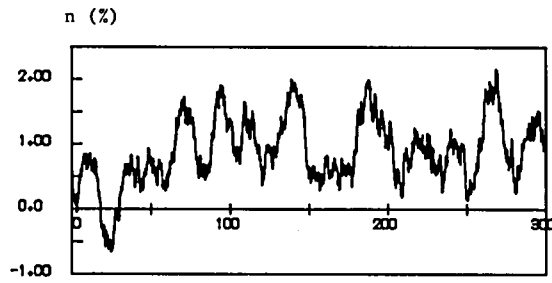


(g) Recirculation flow

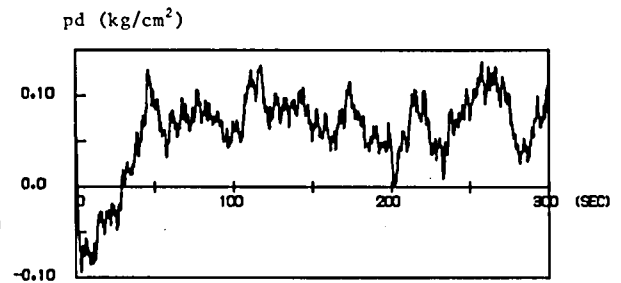


(h) Vessel water level

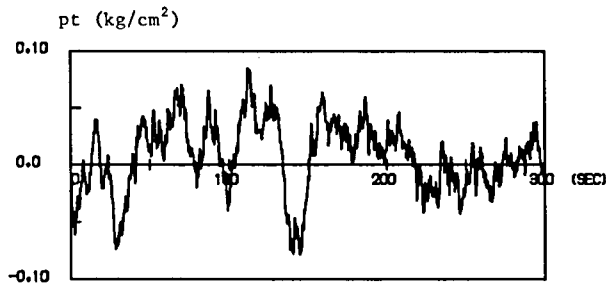
Fig.C.2 Typical observed signals with observation noise



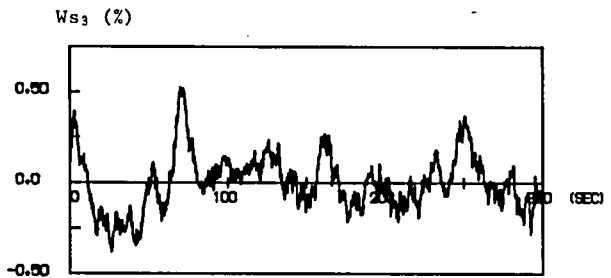
(a) Neutron flux



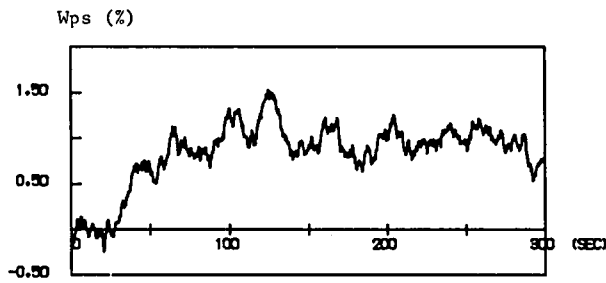
(b) Dome pressure



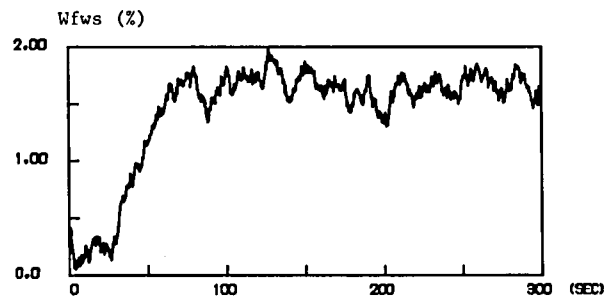
(c) Turbine input pressure



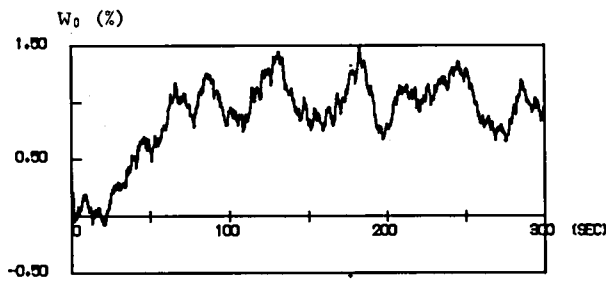
(d) Turbine steam flow



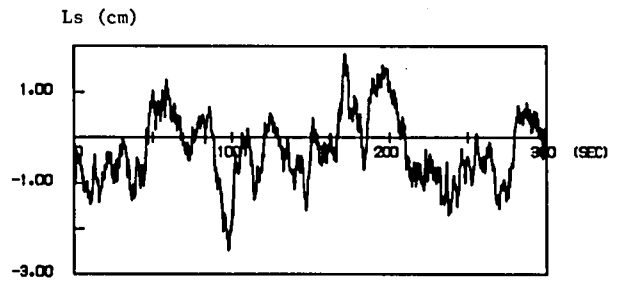
(e) Main steam flow



(f) Feed water flow



(g) Recirculation flow



(h) Vessel water level

Fig.C.3 Typical noise reduced signals

## 付録一 4

第4章で得られる低次元化モデルおよび外乱推定器をしめす。ここで、Table D. 1 は Table 4. 4 の条件のもとで得られた低次元化モデルを表わす。Table D. 2 は Table D. 1 の低次元化モデルに対して Table 4. 5 の重み行列を用いて直接カルマンフィルタを適用することにより得られた外乱推定器をあらわす。Table D. 3 は Table D. 1 の低次元化モデルに対して動的補償器を用いて非干渉化を行なった結果である。Table D. 4 は Table D. 3 に対してカルマンフィルタを適用することにより得られた非干渉化外乱推定器をあらわす。

Table D.1 Coefficient matrices of reduced order model  
(to be continued)

(a) Coefficient matrices of BYFE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ -2.3653 e - 1 & 1.3690 e + 0 & -3.0162 e + 0 & 2.8829 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -7.0520 e - 1 & 7.6639 e - 3 \\ -3.3100 e - 1 & 5.0605 e - 3 \\ -7.2625 e - 2 & -2.7002 e - 3 \\ 6.7623 e - 2 & -9.7963 e - 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.5853 e + 1 & 6.3578 e + 1 & -8.0483 e + 1 & 3.2961 e + 1 \\ 8.0264 e + 1 & -3.1789 e + 2 & 4.0242 e + 2 & -1.6481 e + 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2.1922 e + 0 & -2.4129 e - 3 \\ -1.1166 e + 1 & 1.5301 e - 2 \end{bmatrix}$$

(b) Coefficient matrices of BYLE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ 2.3973 e - 1 & -1.5595 e + 0 & 4.2088 e + 0 & -5.6963 e + 0 & 3.8073 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5.6831 e - 1 & 3.4804 e - 3 \\ -2.3891 e - 1 & 2.6263 e - 2 \\ -1.6761 e - 2 & 4.7002 e - 2 \\ 9.1502 e - 2 & 5.8797 e - 2 \\ 1.2611 e - 1 & 6.3134 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2.2532 e + 1 & 1.3728 e + 2 & -3.1258 e + 2 & 3.0527 e + 2 & -1.0730 e + 2 \\ 9.1129 e + 1 & -5.4914 e + 2 & 1.2503 e + 3 & -1.2211 e + 3 & 4.2919 e + 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 9.3311 e - 1 & -8.6714 e - 2 \\ -3.8798 e + 0 & 3.4249 e - 1 \end{bmatrix}$$

(c) Coefficient matrices of BYLO

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ 9.3195 e - 1 & -2.8603 e + 0 & 2.9283 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.9968 e - 1 & 2.8077 e - 4 \\ 1.8717 e - 1 & 6.9278 e - 4 \\ 1.7468 e - 1 & 1.2847 e - 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2.8885 e + 0 & -4.9461 e + 0 & 2.5620 e + 0 \\ -1.8885 e + 0 & 4.9461 e + 0 & -2.5620 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 6.4237 e - 1 & -7.6147 e - 3 \\ -3.7574 e - 1 & 7.6814 e - 3 \end{bmatrix}$$

Table D.1 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(d) Coefficient matrices of BYRE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ 3.9540 e - 1 & -2.3693 e + 0 & 5.7073 e + 0 & -6.8870 e + 0 & 4.1535 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.4513 e - 1 & -5.7008 e - 2 \\ 5.5242 e - 2 & -6.3192 e - 1 \\ 1.5137 e - 3 & -1.4286 e + 0 \\ -2.6977 e - 2 & -2.1197 e + 0 \\ -3.9129 e - 2 & -2.5790 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -6.9630 e + 2 & 3.2874 e + 3 & -5.8389 e + 3 & 4.6457 e + 3 & -1.3984 e + 3 \\ -6.9530 e + 2 & 3.2874 e + 3 & -5.8389 e + 3 & 4.6457 e + 3 & -1.3984 e + 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -9.5185 e - 1 & -1.0406 e + 2 \\ -9.1844 e - 1 & -1.0403 e + 2 \end{bmatrix}$$

(e) Coefficient matrices of FELE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ -3.2187 e - 1 & 1.6347 e + 0 & -3.2667 e + 0 & 2.9531 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3.3782 e - 2 & 4.3610 e - 1 \\ 3.0623 e - 2 & 5.7586 e - 1 \\ 9.8250 e - 3 & 4.4066 e - 1 \\ -1.0738 e - 2 & 2.4503 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 6.9012 e + 1 & -2.6925 e + 2 & 3.9083 e + 2 & -1.9225 e + 2 \\ -6.8012 e + 1 & 2.6925 e + 2 & -3.9083 e + 2 & 1.9225 e + 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -3.3988 e - 1 & 4.7827 e - 1 \\ 3.4861 e - 1 & -4.8010 e - 1 \end{bmatrix}$$

(f) Coefficient matrices of FELO

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ -3.2535 e - 1 & 1.9165 e + 0 & -3.8537 e + 0 & 3.2624 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7.3873 e - 3 & -1.0987 e - 3 \\ 8.4136 e - 3 & -3.0615 e - 3 \\ 5.2334 e - 3 & -6.1949 e - 3 \\ 7.5760 e - 4 & -1.0377 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4.4756 e + 2 & -1.4664 e + 3 & 1.5982 e + 3 & -5.7976 e + 2 \\ 4.4657 e + 1 & -1.4664 e + 2 & 1.5982 e + 2 & -5.7976 e + 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 8.3296 e - 1 & -1.5440 e + 0 \\ 8.3035 e - 2 & -1.5437 e - 1 \end{bmatrix}$$

Table D.1 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(g) Coefficient matrices of FERE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ 5.3665 e - 1 & -2.8711 e + 0 & 6.3464 e + 0 & -7.2233 e + 0 & 4.2113 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1.3247 e - 3 & 1.4896 e - 2 \\ -1.5520 e - 2 & 4.0374 e - 2 \\ -3.7920 e - 2 & 1.9955 e - 1 \\ -5.8449 e - 2 & 5.8383 e - 1 \\ -7.1216 e - 2 & 1.1539 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3.7044 e + 1 & -3.2685 e + 2 & 7.5222 e + 2 & -6.6800 e + 2 & 2.0591 e + 2 \\ -3.6044 e + 1 & 3.2685 e + 2 & -7.5222 e + 2 & 6.6800 e + 2 & -2.0591 e + 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 3.6468 e - 1 & 5.4670 e + 1 \\ -3.6404 e - 1 & -5.4663 e + 1 \end{bmatrix}$$

(h) Coefficient matrices of LELO

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ 2.9333 e - 1 & -1.8391 e + 0 & 4.7251 e + 0 & -6.1057 e + 0 & 3.9263 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.6335 e - 2 & -1.2677 e - 6 \\ 6.7797 e - 2 & -1.9594 e - 6 \\ 1.1476 e - 1 & -1.3330 e - 5 \\ 1.4209 e - 1 & -4.0686 e - 5 \\ 1.5096 e - 1 & -7.1470 e - 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.5307 e + 2 & 7.7360 e + 2 & -1.5511 e + 3 & 1.4111 e + 3 & -4.8054 e + 2 \\ 3.0714 e + 2 & -1.5472 e + 3 & 3.1022 e + 3 & -2.8223 e + 3 & 9.6108 e + 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1.1426 e - 1 & -2.8184 e - 2 \\ 2.2431 e - 1 & 5.6368 e - 2 \end{bmatrix}$$

(i) Coefficient matrices of LERE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ -6.9927 e - 1 & 3.0682 e + 0 & -5.0375 e + 0 & 3.6685 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.9545 e - 3 & -3.2984 e - 3 \\ 2.4173 e - 2 & -1.0675 e - 1 \\ 3.6757 e - 2 & -3.1704 e - 1 \\ 4.5020 e - 2 & -6.0555 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3.9619 e + 2 & 1.2274 e + 3 & -1.2622 e + 3 & 4.3073 e + 2 \\ 6.6198 e + 1 & -2.0457 e + 2 & 2.1037 e + 2 & -7.1788 e + 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -6.4688 e - 1 & -1.2092 e + 2 \\ 1.0729 e - 1 & 2.0154 e + 1 \end{bmatrix}$$

Table D.1 Coefficient matrices of decoupled estimator

(j) Coefficient matrices of LORE

$$A = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \\ -4.1984 e - 1 & 2.2191 e + 0 & -4.1766 e + 0 & 3.3772 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2.4681 e - 4 & -3.2810 e - 1 \\ 2.2862 e - 3 & -4.5800 e - 1 \\ 4.0317 e - 3 & -4.1013 e - 1 \\ 5.5609 e - 3 & -2.9197 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5.2446 e + 1 & -1.8293 e + 2 & 2.1250 e + 2 & -8.1693 e + 1 \\ -5.1446 e + 1 & 1.8293 e + 2 & -2.1250 e + 2 & 8.1693 e + 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1.2027 e - 1 & 5.6893 e + 0 \\ -1.2066 e - 1 & -5.7830 e + 0 \end{bmatrix}$$

Table D.2 Coefficient matrices of Kalman filter  
(to be continued)

(a) Coefficient matrices of BYFE

$$F = \begin{bmatrix} -7.8502 e + 0 & 3.0245 e + 1 & -3.6086 e + 1 & 1.4640 e + 1 & -9.2088 e - 2 & 9.8049 e - 2 \\ -9.4031 e + 0 & 3.5039 e + 1 & -4.2225 e + 1 & 1.7537 e + 1 & 3.9499 e - 1 & 1.1343 e - 1 \\ -1.0244 e + 1 & 3.8175 e + 1 & -4.7089 e + 1 & 2.0104 e + 1 & 7.1503 e - 1 & 1.1539 e - 1 \\ -1.0783 e + 1 & 4.0674 e + 1 & -5.1498 e + 1 & 2.2552 e + 1 & 8.7814 e - 1 & 1.1179 e - 1 \\ 1.0136 e + 0 & -3.7737 e + 0 & 4.6592 e + 0 & -1.8902 e + 0 & 9.1884 e - 1 & -1.1646 e - 2 \\ 2.1779 e + 0 & -8.1228 e + 0 & 1.0011 e + 1 & -4.0617 e + 0 & -1.6157 e - 1 & 9.7482 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.4229 e - 1 & 2.2984 e - 1 \\ 1.2426 e - 1 & 2.6607 e - 1 \\ 1.1757 e - 1 & 2.8630 e - 1 \\ 1.1869 e - 1 & 2.9430 e - 1 \\ -2.9371 e - 2 & -3.1875 e - 2 \\ 7.3277 e - 3 & -5.4404 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(b) Coefficient matrices of BYLE

$$F = \begin{bmatrix} 9.1206 e - 1 & -4.1513 e + 0 & 1.1145 e + 1 & -1.0588 e + 1 & 3.6606 e + 0 & -5.7673 e - 1 & 6.2015 e - 3 \\ 3.9896 e - 1 & -2.2636 e + 0 & 5.8750 e + 0 & -4.6317 e + 0 & 1.6013 e + 0 & -2.3521 e - 1 & 2.7462 e - 2 \\ 2.4731 e - 1 & -1.4098 e + 0 & 3.0219 e + 0 & -1.8711 e + 0 & 9.9259 e - 1 & -9.7308 e - 3 & 4.7751 e - 2 \\ 3.4685 e - 1 & -1.9693 e + 0 & 4.2382 e + 0 & -4.0267 e + 0 & 2.3921 e + 0 & 9.5711 e - 2 & 5.9841 e - 2 \\ 8.1114 e - 1 & -4.7918 e + 0 & 1.1191 e + 1 & -1.2330 e + 1 & 6.1007 e + 0 & 1.2442 e - 1 & 6.4843 e - 2 \\ -8.7690 e - 1 & 4.9356 e + 0 & -1.0715 e + 1 & 1.0180 e + 1 & -3.5195 e + 0 & 1.0203 e + 0 & -2.6011 e - 3 \\ -1.7388 e + 0 & 9.7704 e + 0 & -2.1247 e + 1 & 2.0187 e + 1 & -6.9789 e + 0 & 5.2108 e - 2 & 9.9486 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.0338 e - 1 & 1.6980 e - 2 \\ 8.6462 e - 2 & 1.7738 e - 2 \\ 8.0068 e - 2 & 1.7613 e - 2 \\ 8.0720 e - 2 & 1.6809 e - 2 \\ 8.4777 e - 2 & 1.5641 e - 2 \\ -3.1065 e - 2 & 7.5649 e - 4 \\ 4.4891 e - 3 & 1.8022 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(c) Coefficient matrices of BYLO

$$F = \begin{bmatrix} 2.0686 e - 2 & 8.9878 e - 1 & 2.2146 e - 2 & 1.7683 e - 1 & 1.9885 e - 4 \\ 3.8048 e - 2 & -1.3878 e - 1 & 1.0407 e + 0 & 1.6726 e - 1 & 5.5856 e - 4 \\ 9.8660 e - 1 & -3.0349 e + 0 & 2.9868 e + 0 & 1.5758 e - 1 & 1.1005 e - 3 \\ -8.6385 e - 2 & 1.7840 e - 1 & -9.2480 e - 2 & 9.8148 e - 1 & 2.5722 e - 4 \\ 1.9623 e - 3 & -2.5753 e - 2 & 2.1008 e - 3 & -9.6983 e - 3 & 9.9999 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 5.4096 e - 2 & 6.2759 e - 2 \\ 5.2094 e - 2 & 6.8029 e - 2 \\ 5.0135 e - 2 & 7.3021 e - 2 \\ 1.8409 e - 2 & -1.7771 e - 2 \\ 2.1282 e - 2 & 2.2104 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$



Table D.2 Coefficient matrices of Kalman filter  
(to be continued)

(d) Coefficient matrices of BYRE

$$F = \begin{bmatrix} 1.1289e+1 & -5.2471e+1 & 9.5833e+1 & -7.7416e+1 & 2.3735e+1 & 1.3516e-1 & 7.8173e-1 \\ 1.2978e+1 & -6.1465e+1 & 1.1117e+2 & -8.8995e+1 & 2.7285e+1 & 4.4399e-2 & 3.3218e-1 \\ 1.3366e+1 & -6.3304e+1 & 1.1346e+2 & -9.0658e+1 & 2.8102e+1 & -9.5211e-3 & -4.3569e-1 \\ 1.3132e+1 & -6.2194e+1 & 1.1148e+2 & -9.0052e+1 & 2.8609e+1 & -3.7808e-2 & -1.1442e+0 \\ 1.3069e+1 & -6.2395e+1 & 1.1330e+2 & -9.3799e+1 & 3.0800e+1 & -4.9557e-2 & -1.6374e+0 \\ -1.6409e+1 & 7.7680e+1 & -1.3929e+2 & 1.1252e+2 & -3.4498e+1 & 1.0075e+0 & -1.2182e+0 \\ 1.4607e-1 & -6.9080e-1 & 1.2400e+0 & -1.0017e+0 & 3.0711e-1 & 5.9969e-5 & 1.0108e+0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -1.8683e-2 & 3.9101e-2 \\ -1.7994e-2 & 4.1466e-2 \\ -1.7792e-2 & 4.1966e-2 \\ -1.7422e-2 & 4.1172e-2 \\ -1.6671e-2 & 3.9594e-2 \\ -1.1954e-2 & -1.7723e-2 \\ 8.1691e-4 & -5.5272e-4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(e) Coefficient matrices of FELE

$$F = \begin{bmatrix} -5.1646e-1 & 3.0259e+0 & -2.9943e+0 & 1.4764e+0 & 3.5806e-2 & 4.2162e-1 \\ -8.0759e-1 & 3.1896e+0 & -3.6822e+0 & 2.3087e+0 & 3.4710e-2 & 5.6263e-1 \\ -1.0977e+0 & 4.3522e+0 & -6.3644e+0 & 4.1382e+0 & 1.6091e-2 & 4.2995e-1 \\ -1.5978e+0 & 6.7030e+0 & -1.0664e+1 & 6.6008e+0 & -3.0546e-3 & 2.3667e-1 \\ 1.3926e+0 & -5.5262e+0 & 8.0738e+0 & -3.9810e+0 & 9.9184e-1 & 1.1387e-2 \\ 3.2535e-1 & -1.3104e+0 & 1.8863e+0 & -9.3008e-1 & -2.7278e-3 & 9.9428e-1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2.9354e-2 & 2.1008e-2 \\ 2.4225e-2 & 1.1174e-2 \\ 1.6190e-2 & -1.5500e-3 \\ 9.4149e-3 & -1.1205e-2 \\ -1.5497e-2 & 7.0073e-3 \\ 1.5683e-2 & 2.0940e-2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(f) Coefficient matrices of FELO

$$F = \begin{bmatrix} 3.1733e+1 & -1.1066e+2 & 1.2916e+2 & -4.9324e+1 & -3.8953e-2 & -2.4181e-1 \\ 3.3326e+1 & -1.1726e+2 & 1.3665e+2 & -5.1800e+1 & -4.0244e-2 & -2.5586e-1 \\ 3.4899e+1 & -1.2280e+2 & 1.4205e+2 & -5.3245e+1 & -4.5714e-2 & -2.7092e-1 \\ 3.6135e+1 & -1.2637e+2 & 1.4455e+2 & -5.3409e+1 & -5.2461e-2 & -2.8695e-1 \\ 4.6894e+0 & -1.6495e+1 & 1.9087e+1 & -7.2890e+0 & 9.9321e-1 & -3.5579e-2 \\ -5.7073e+0 & 2.0082e+1 & -2.3231e+1 & 8.8711e+0 & 8.3295e-3 & 1.0433e+0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -1.3966e-1 & -2.8574e-1 \\ -1.4749e-1 & -2.9184e-1 \\ -1.5523e-1 & -2.9784e-1 \\ -1.6293e-1 & -3.0363e-1 \\ -2.6444e-2 & 1.5830e-2 \\ 2.5614e-2 & 4.6431e-2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.2 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(g) Coefficient matrices of FERE

$$F = \begin{bmatrix} -1.3191e+0 & 7.5845e+0 & -1.1698e+1 & 8.7757e+0 & -2.3774e+0 & -1.6146e-2 & -4.6023e-1 \\ -1.4381e+0 & 7.1817e+0 & -1.1754e+1 & 9.5677e+0 & -2.5919e+0 & -3.1681e-2 & -4.7757e-1 \\ -1.3721e+0 & 6.8498e+0 & -1.2168e+1 & 1.0128e+1 & -2.4729e+0 & -5.3337e-2 & -2.9466e-1 \\ -1.0979e+0 & 5.4731e+0 & -9.7359e+0 & 7.3038e+0 & -9.7865e-1 & -7.0779e-2 & 1.8823e-1 \\ -1.1296e-1 & 3.5217e-1 & 5.8554e-1 & -2.9016e+0 & 3.0405e+0 & -7.8501e-2 & 9.1952e-1 \\ 4.3920e+0 & -2.2021e+1 & 3.8949e+1 & -2.9219e+1 & 7.9157e+0 & 1.0494e+0 & 1.5798e+0 \\ -7.4296e-2 & 3.7325e-1 & -6.5886e-1 & 4.9428e-1 & -1.3390e-1 & -8.3640e-4 & 9.7329e-1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 4.2447e-2 & 3.0509e-2 \\ 4.3396e-2 & 3.0382e-2 \\ 4.3491e-2 & 3.1074e-2 \\ 4.2407e-2 & 3.2472e-2 \\ 4.0292e-2 & 3.4414e-2 \\ -4.3447e-2 & -3.7014e-3 \\ 1.7417e-6 & -6.7060e-4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(h) Coefficient matrices of LELO

$$F = \begin{bmatrix} -3.3232e+0 & 1.8197e+1 & -3.5293e+1 & 3.2604e+1 & -1.1214e+1 & 1.1180e-2 & -7.5324e-4 \\ -2.6576e+0 & 1.3749e+1 & -2.7224e+1 & 2.6074e+1 & -8.9676e+0 & 6.3632e-2 & -6.0332e-4 \\ -2.2922e+0 & 1.1857e+1 & -2.4344e+1 & 2.3489e+1 & -7.7347e+0 & 1.1115e-1 & -5.3201e-4 \\ -2.1872e+0 & 1.1314e+1 & -2.3229e+1 & 2.1459e+1 & -6.3805e+0 & 1.3864e-1 & -5.3561e-4 \\ -1.9569e+0 & 9.8023e+0 & -1.9172e+1 & 1.5971e+1 & -3.6666e+0 & 1.4743e-1 & -5.8064e-4 \\ 2.6301e+0 & -1.3633e+1 & 2.7932e+1 & -2.5805e+1 & 8.8749e+0 & 1.0038e+0 & 5.9516e-4 \\ -8.7655e+0 & 4.5406e+1 & -9.3092e+1 & 8.6000e+1 & -2.9578e+1 & -1.3042e-2 & 9.9802e-1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 3.4684e-2 & 2.9130e-2 \\ 3.4723e-2 & 2.6789e-2 \\ 3.3796e-2 & 2.5029e-2 \\ 3.1986e-2 & 2.3752e-2 \\ 2.9653e-2 & 2.2808e-2 \\ 1.8098e-2 & -2.8021e-4 \\ 1.8203e-5 & 3.1102e-2 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(i) Coefficient matrices of LERE

$$F = \begin{bmatrix} -5.6048e+0 & 1.8189e+1 & -1.7536e+1 & 5.9160e+0 & -4.4061e-4 & -2.0744e+0 \\ -5.7864e+0 & 1.7746e+1 & -1.7104e+1 & 6.1077e+0 & 1.7572e-2 & -2.2449e+0 \\ -6.0868e+0 & 1.8668e+1 & -1.9044e+1 & 7.4248e+0 & 2.9816e-2 & -2.5662e+0 \\ -7.1619e+0 & 2.2891e+1 & -2.5258e+1 & 1.0490e+1 & 3.7655e-2 & -2.9936e+0 \\ 6.8081e+0 & -2.0916e+1 & 2.1301e+1 & -7.1861e+0 & 1.0077e+0 & 2.5155e+0 \\ 3.0967e-2 & -9.5024e-2 & 9.6888e-2 & -3.2686e-2 & 3.5171e-5 & 1.0114e+0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.2626e-2 & 1.8741e-1 \\ 1.2528e-2 & 1.9044e-1 \\ 1.2022e-2 & 1.9339e-1 \\ 1.1234e-2 & 1.9615e-1 \\ 2.2022e-2 & -3.4926e-3 \\ -1.2798e-5 & -6.9367e-4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.2 Coefficient matrices of decoupled estimator

(j) Coefficient matrices of LORE

$$F = \begin{bmatrix} 4.1840 e + 0 & -1.4856 e + 1 & 1.9307 e + 1 & -7.7335 e + 0 & 1.1011 e - 2 & 8.2396 e - 1 \\ 4.5155 e + 0 & -1.7112 e + 1 & 2.1837 e + 1 & -8.3463 e + 0 & 1.4436 e - 2 & 7.8491 e - 1 \\ 4.8380 e + 0 & -1.8333 e + 1 & 2.2325 e + 1 & -7.9424 e + 0 & 1.7048 e - 2 & 9.2119 e - 1 \\ 4.7398 e + 0 & -1.7332 e + 1 & 1.9633 e + 1 & -6.1597 e + 0 & 1.9442 e - 2 & 1.1275 e + 0 \\ 4.5347 e + 0 & -1.7179 e + 1 & 2.0926 e + 1 & -8.3819 e + 0 & 1.0122 e + 0 & 1.2460 e + 0 \\ -2.9231 e - 2 & 1.1018 e - 1 & -1.3489 e - 1 & 5.4030 e - 2 & -7.8271 e - 5 & 9.9220 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.6847 e - 2 & 1.3884 e - 1 \\ 1.7163 e - 2 & 1.4882 e - 1 \\ 1.7499 e - 2 & 1.5856 e - 1 \\ 1.7779 e - 2 & 1.6822 e - 1 \\ 1.1947 e - 2 & 1.4416 e - 1 \\ 4.8182 e - 4 & -3.7046 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(a-1) Coefficient matrices of BYFE1

$$A_d = \begin{bmatrix} -4.0450 e + 1 & 1.6127 e + 2 & -2.0288 e + 2 & 8.3088 e + 1 & 4.9210 e + 0 \\ -2.6709 e + 1 & 1.0582 e + 2 & -1.3296 e + 2 & 5.4863 e + 1 & 3.3840 e + 0 \\ 1.4252 e + 1 & -5.6466 e + 1 & 7.1481 e + 1 & -2.8274 e + 1 & -2.0549 e + 0 \\ 5.1468 e + 1 & -2.0349 e + 2 & 2.5631 e + 2 & -1.0332 e + 2 & -7.1240 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -7.7075 e - 2 & 4.8874 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ -5.0893 e - 2 & 3.2271 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 2.7156 e - 2 & -1.7220 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 9.8520 e - 2 & -6.2472 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -3.1560 e + 0 & 1.3282 e + 1 & -1.6814 e + 1 & 6.8859 e + 0 & 4.2602 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -9.8779 e - 1 & -1.5578 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(a-2) Coefficient matrices of BYFE2

$$A_d = \begin{bmatrix} -5.0703 e + 0 & 2.1091 e + 1 & -2.5433 e + 1 & 1.0416 e + 1 & 6.7047 e - 3 \\ -2.3799 e + 0 & 9.4301 e + 0 & -1.0938 e + 1 & 4.8889 e + 0 & 4.6102 e - 3 \\ -5.2217 e - 1 & 2.0690 e + 0 & -2.6192 e + 0 & 2.0727 e + 0 & -2.7990 e - 3 \\ 2.4968 e - 1 & -5.5750 e - 1 & -5.7736 e - 1 & 1.8841 e + 0 & -9.7043 e - 3 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -1.1939 e - 2 & 6.0812 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -5.6039 e - 3 & 2.8544 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -1.2295 e - 3 & 6.2627 e - 3 & 0.0000 e + 0 \\ 1.1449 e - 3 & -5.8314 e - 3 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -9.3043 e - 2 & 1.1458 e + 0 & -1.4504 e + 0 & 5.9401 e - 1 & 5.7991 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -9.8127 e - 1 & -1.9265 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(b-1) Coefficient matrices of BYLE1

$$A_d = \begin{bmatrix} -9.2474e-1 & 6.5761e+0 & -1.2696e+1 & 1.2399e+1 & -4.3581e+0 & -5.2900e-1 \\ -6.9781e+0 & 4.2077e+1 & -9.4804e+1 & 9.3565e+1 & -3.2886e+1 & 5.7704e-2 \\ -1.2488e+1 & 7.5304e+1 & -1.7146e+2 & 1.6845e+2 & -5.8855e+1 & 5.1408e-1 \\ -1.5622e+1 & 9.4201e+1 & -2.1448e+2 & 2.0947e+2 & -7.2624e+1 & 7.5556e-1 \\ -1.6535e+1 & 9.9590e+1 & -2.2609e+2 & 2.1922e+2 & -7.5247e+1 & 8.3915e-1 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -2.4179e-3 & 9.5498e-3 & 0.0000e+0 \\ -1.8245e-2 & 7.2063e-2 & 0.0000e+0 \\ -3.2653e-2 & 1.2897e-1 & 0.0000e+0 \\ -4.0847e-2 & 1.6133e-1 & 0.0000e+0 \\ -4.3860e-2 & 1.7323e-1 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -5.2374e-1 & 1.6956e+0 & -3.8607e+0 & 3.7705e+0 & -1.3252e+0 & 4.7705e-2 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 9.6941e-1 & 2.4544e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(b-2) Coefficient matrices of BYLE2

$$A_d = \begin{bmatrix} -1.3369e+1 & 8.1611e+1 & -1.8354e+2 & 1.7925e+2 & -6.3002e+1 & -4.6832e-2 \\ -5.6202e+0 & 3.3888e+1 & -7.6158e+1 & 7.5355e+1 & -2.6486e+1 & 5.1122e-3 \\ -3.9427e-1 & 2.3774e+0 & -5.4129e+0 & 6.2864e+0 & -1.8580e+0 & 4.5518e-2 \\ 2.1525e+0 & -1.2979e+1 & 2.9551e+1 & -2.8860e+1 & 1.1144e+1 & 6.6897e-2 \\ 3.2063e+0 & -1.9447e+1 & 4.4937e+1 & -4.5472e+1 & 1.7788e+1 & 7.4298e-2 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -3.3302e-2 & 1.3847e-1 & 0.0000e+0 \\ -1.4000e-2 & 5.8211e-2 & 0.0000e+0 \\ -9.8214e-4 & 4.0837e-3 & 0.0000e+0 \\ 5.3618e-3 & -2.2294e-2 & 0.0000e+0 \\ 7.3898e-3 & -3.0727e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 5.9851e-1 & -5.0714e+0 & 1.1547e+1 & -1.1277e+1 & 3.9636e+0 & 4.2236e-3 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 9.7228e-1 & 2.3383e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(c-1) Coefficient matrices of BYLO1

$$A_d = \begin{bmatrix} 8.7603e-2 & 8.1843e-1 & 9.4052e-2 & 2.1834e-1 \\ 2.1615e-1 & -4.4801e-1 & 1.2321e+0 & 2.3323e-1 \\ 1.3328e+0 & -3.6911e+0 & 3.3586e+0 & 2.6009e-1 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -1.8275e-2 & 1.8435e-2 & 0.0000e+0 \\ -4.5092e-2 & 4.5488e-2 & 0.0000e+0 \\ -8.3620e-2 & 8.4352e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 7.2183e-1 & -3.0507e-2 & 1.5802e-2 & 1.9167e-1 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -7.1018e-1 & -7.0402e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(c-2) Coefficient matrices of BYLO2

$$A_d = \begin{bmatrix} -9.2482e-1 & 2.8156e+0 & -9.4044e-1 & 3.0850e-3 \\ -8.6691e-1 & 1.7019e+0 & 1.1845e-1 & 3.3214e-3 \\ 1.2292e-1 & -1.2721e+0 & 2.1056e+0 & 3.7378e-3 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 2.3160e-1 & -1.3547e-1 & 0.0000e+0 \\ 2.1710e-1 & -1.2699e-1 & 0.0000e+0 \\ 2.0261e-1 & -1.1851e-1 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -1.7171e-1 & 1.7721e+0 & -9.1791e-1 & 2.7858e-3 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -5.0490e-1 & -8.6318e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(d-1) Coefficient matrices of BYRE1

$$A_d = \begin{bmatrix} 3.8125e-1 & -8.0124e-1 & 3.1993e+0 & -2.5455e+0 & 7.6621e-1 & 1.4564e-1 \\ 4.2260e+0 & -1.9966e+1 & 3.6463e+1 & -2.8216e+1 & 8.4932e+0 & 6.0921e-2 \\ 9.5541e+0 & -4.5139e+1 & 8.0175e+1 & -6.2790e+1 & 1.9201e+1 & 1.4354e-2 \\ 1.4176e+1 & -6.6974e+1 & 1.1896e+2 & -9.4647e+1 & 2.9489e+1 & -7.9255e-3 \\ 1.7642e+1 & -8.3854e+1 & 1.5044e+2 & -1.2204e+2 & 3.8815e+1 & -1.5950e-2 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 2.7401e-4 & 2.7392e-4 & 0.0000e+0 \\ 3.0373e-3 & 3.0363e-3 & 0.0000e+0 \\ 6.8666e-3 & 6.8645e-3 & 0.0000e+0 \\ 1.0188e-2 & 1.0185e-2 & 0.0000e+0 \\ 1.2396e-2 & 1.2392e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 5.5016e-1 & 7.4149e-1 & -1.3170e+0 & 1.0479e+0 & -3.1541e-1 & 2.3411e-2 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 7.0699e-1 & -7.0722e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(d-2) Coefficient matrices of BYRE2

$$A_d = \begin{bmatrix} -1.0795e+2 & 5.1102e+2 & -9.0588e+2 & 7.2075e+2 & -2.1695e+2 & -1.6199e+1 \\ -4.1090e+1 & 1.9413e+2 & -3.4381e+2 & 2.7435e+2 & -8.2580e+1 & -6.7761e+0 \\ -1.1259e+0 & 5.3196e+0 & -9.4485e+0 & 8.5175e+0 & -2.2628e+0 & -1.5970e+0 \\ 2.0066e+1 & -9.4805e+1 & 1.6839e+2 & -1.3398e+2 & 4.1328e+1 & 8.8084e-1 \\ 2.9501e+1 & -1.3988e+2 & 2.4995e+2 & -2.0121e+2 & 6.2647e+1 & 1.7732e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -7.8958e-2 & -7.6187e-2 & 0.0000e+0 \\ -3.0054e-2 & -2.9000e-2 & 0.0000e+0 \\ -8.2354e-4 & -7.9464e-4 & 0.0000e+0 \\ 1.4677e-2 & 1.4162e-2 & 0.0000e+0 \\ 2.1288e-2 & 2.0541e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1.6866e+1 & -8.3027e+1 & 1.4747e+2 & -1.1733e+2 & 3.5318e+1 & 2.6043e+0 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -6.9437e-1 & 7.1962e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(e-1) Coefficient matrices of FELE1

$$A_d = \begin{bmatrix} -6.2350 e + 1 & 2.4603 e + 2 & -3.5568 e + 2 & 1.7496 e + 2 & 3.4708 e - 1 \\ -8.2332 e + 1 & 3.2356 e + 2 & -4.6867 e + 2 & 2.3103 e + 2 & 4.4432 e - 1 \\ -6.3002 e + 1 & 2.4760 e + 2 & -3.5940 e + 2 & 1.7779 e + 2 & 3.2640 e - 1 \\ -3.5354 e + 1 & 1.3931 e + 2 & -2.0311 e + 2 & 1.0126 e + 2 & 1.6529 e - 1 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 4.5417 e - 1 & -4.5590 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 5.9972 e - 1 & -6.0201 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 4.5892 e - 1 & -4.6067 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 2.5518 e - 1 & -2.5615 e - 1 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 8.9181 e - 1 & -7.2588 e - 1 & 1.0536 e + 0 & -5.1829 e - 1 & 5.2441 e - 3 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -7.0845 e - 1 & -7.0576 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(e-2) Coefficient matrices of FELE2

$$A_d = \begin{bmatrix} 6.7216 e + 0 & -2.5418 e + 1 & 3.8347 e + 1 & -1.8863 e + 1 & 4.8311 e - 1 \\ 6.0931 e + 0 & -2.3948 e + 1 & 3.5761 e + 1 & -1.7099 e + 1 & 6.1848 e - 1 \\ 1.9549 e + 0 & -7.6833 e + 0 & 1.1153 e + 1 & -4.4860 e + 0 & 4.5433 e - 1 \\ -2.4584 e + 0 & 1.0032 e + 1 & -1.5456 e + 1 & 8.9489 e + 0 & 2.3008 e - 1 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -4.8437 e - 2 & 4.9681 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -4.3908 e - 2 & 4.5035 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -1.4087 e - 2 & 1.4449 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ 1.5396 e - 2 & -1.5792 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1.9353 e + 0 & -4.8271 e + 0 & 7.0068 e + 0 & -3.4467 e + 0 & 7.2992 e - 3 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -7.1601 e - 1 & -6.9809 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(f-1) Coefficient matrices of FELO1

$$A_d = \begin{bmatrix} -3.1849 e - 1 & 2.0436 e + 0 & -1.1374 e + 0 & 4.1258 e - 1 & 6.7946 e - 3 \\ -8.8744 e - 1 & 2.9077 e + 0 & -2.1691 e + 0 & 1.1496 e + 0 & 6.7620 e - 3 \\ -1.7957 e + 0 & 5.8837 e + 0 & -6.4126 e + 0 & 3.3262 e + 0 & 1.8914 e - 3 \\ -3.3333 e + 0 & 1.1772 e + 1 & -1.4595 e + 1 & 7.1589 e + 0 & -4.8404 e - 3 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 7.0459 e - 4 & 7.0448 e - 5 & 0.0000 e + 0 \\ 1.9632 e - 3 & 1.9629 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 3.9726 e - 3 & 3.9720 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 6.6543 e - 3 & 6.6534 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 9.2995 e - 2 & 2.1325 e - 2 & -2.3242 e - 2 & 8.4310 e - 3 & 2.4796 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -9.9489 e - 2 & 9.9504 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(f-2) Coefficient matrices of FELO2

$$A_d = \begin{bmatrix} -3.9694 e + 0 & 1.4006 e + 1 & -1.4175 e + 1 & 5.1419 e + 0 & 1.2595 e - 2 \\ -4.5208 e + 0 & 1.4813 e + 1 & -1.5144 e + 1 & 5.8563 e + 0 & 1.2534 e - 2 \\ -2.8120 e + 0 & 9.2136 e + 0 & -1.0042 e + 1 & 4.6427 e + 0 & 3.5060 e - 3 \\ -7.3243 e - 1 & 3.2503 e + 0 & -5.3073 e + 0 & 3.7897 e + 0 & -8.9725 e - 3 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 8.7815 e - 3 & 8.7539 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 1.0001 e - 2 & 9.9701 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 6.2210 e - 3 & 6.2015 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 9.0058 e - 4 & 8.9775 e - 5 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -4.0240 e - 2 & 4.5787 e - 1 & -4.9903 e - 1 & 1.8102 e - 1 & 4.5963 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -9.9195 e - 2 & 9.9507 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(g-1) Coefficient matrices of FEREL

$$A_d = \begin{bmatrix} -9.9579 e - 3 & 1.0891 e + 0 & -2.0497 e - 1 & 1.8202 e - 1 & -5.6110 e - 2 & -1.4239 e - 3 \\ -2.6989 e - 2 & 2.4139 e - 1 & 4.4445 e - 1 & 4.9335 e - 1 & -1.5208 e - 1 & -1.5789 e - 2 \\ -1.3340 e - 1 & 1.1931 e + 0 & -2.7458 e + 0 & 3.4384 e + 0 & -7.5165 e - 1 & -3.9250 e - 2 \\ -3.9028 e - 1 & 3.4907 e + 0 & -8.0335 e + 0 & 7.1341 e + 0 & -1.1991 e + 0 & -6.2340 e - 2 \\ -2.3473 e - 1 & 4.0281 e + 0 & -9.5319 e + 0 & 6.8772 e + 0 & -1.3530 e - 1 & -7.8907 e - 2 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 1.3626 e - 4 & -1.3624 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 3.6930 e - 4 & -3.6925 e - 4 & 0.0000 e + 0 \\ 1.8253 e - 3 & -1.8250 e - 3 & 0.0000 e + 0 \\ 5.3403 e - 3 & -5.3396 e - 3 & 0.0000 e + 0 \\ 1.0555 e - 2 & -1.0554 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 7.0371 e - 1 & 3.0224 e - 2 & -6.9443 e - 2 & 6.1620 e - 2 & -1.8986 e - 2 & 4.2131 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -7.0706 e - 1 & -7.0715 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(g-2) Coefficient matrices of FEREL2

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.3286 e - 1 & -1.8827 e - 1 & 2.7347 e + 0 & -2.4285 e + 0 & 7.4861 e - 1 & 2.1364 e - 1 \\ 1.5566 e + 0 & -1.3922 e + 1 & 3.3041 e + 1 & -2.8454 e + 1 & 8.7710 e + 0 & 2.3689 e + 0 \\ 3.8032 e + 0 & -3.4016 e + 1 & 7.8285 e + 1 & -6.8520 e + 1 & 2.1430 e + 1 & 5.8888 e + 0 \\ 5.8622 e + 0 & -5.2431 e + 1 & 1.2067 e + 2 & -1.0716 e + 2 & 3.4031 e + 1 & 9.3531 e + 0 \\ 7.6793 e + 0 & -6.6754 e + 1 & 1.5337 e + 2 & -1.3779 e + 2 & 4.4458 e + 1 & 1.1839 e + 1 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -1.8194 e - 3 & 1.8162 e - 3 & 0.0000 e + 0 \\ -2.1317 e - 2 & 2.1279 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -5.2082 e - 2 & 5.1990 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -8.0278 e - 2 & 8.0136 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ -9.7813 e - 2 & 9.7640 e - 2 & 0.0000 e + 0 \\ 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -6.6145 e - 1 & -4.0816 e - 1 & 9.3924 e - 1 & -8.3403 e - 1 & 2.5709 e - 1 & 6.3211 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 7.0648 e - 1 & 7.0773 e - 1 & 0.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$



Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(h-1) Coefficient matrices of FELO1

$$A_d = \begin{bmatrix} 6.9032e-3 & 9.6520e-1 & 6.9769e-2 & -6.3473e-2 & 2.1615e-2 & 1.6340e-2 \\ 1.0670e-2 & -5.3784e-2 & 1.1078e+0 & -9.8107e-2 & 3.3409e-2 & 6.7805e-2 \\ 7.2588e-2 & -3.6590e-1 & 7.3363e-1 & 3.3257e-1 & 2.2729e-1 & 1.1482e-1 \\ 2.2155e-1 & -1.1168e+0 & 2.2391e+0 & -2.0371e+0 & 1.6937e+0 & 1.4226e-1 \\ 6.8251e-1 & -3.8008e+0 & 8.6584e+0 & -9.6841e+0 & 5.1449e+0 & 1.5124e-1 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 8.9960e-6 & -1.7992e-5 & 0.0000e+0 \\ 1.3905e-5 & -2.7810e-5 & 0.0000e+0 \\ 9.4595e-5 & -1.8919e-4 & 0.0000e+0 \\ 2.8871e-4 & -5.7743e-4 & 0.0000e+0 \\ 5.0717e-4 & -1.0143e-3 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [-4.4627e-1 \quad -4.7665e-3 \quad 9.5827e-3 \quad -8.7370e-3 \quad 2.9801e-3 \quad 1.8809e-3]$$

$$D_d = [8.9443e-1 \quad 4.4721e-1 \quad 0.0000e+0]$$

$$H_d = [0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 1.0000e+0]$$

(h-2) Coefficient matrices of FELO2

$$A_d = \begin{bmatrix} -2.2268e+1 & 1.1325e+2 & -2.2506e+2 & 2.0475e+2 & -6.9725e+1 & -4.0906e-3 \\ -9.2420e+1 & 4.6587e+2 & -9.3307e+2 & 8.4979e+2 & -2.8938e+2 & -1.6974e-2 \\ -1.5644e+2 & 7.8860e+2 & -1.5811e+3 & 1.4395e+3 & -4.8985e+2 & -2.8743e-2 \\ -1.9370e+2 & 9.7640e+2 & -1.9577e+3 & 1.7810e+3 & -6.0551e+2 & -3.5613e-2 \\ -2.0549e+2 & 1.0355e+3 & -2.0751e+3 & 1.8860e+3 & -6.4042e+2 & -3.7862e-2 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -2.9453e-2 & 5.7822e-2 & 0.0000e+0 \\ -1.2224e-1 & 2.3998e-1 & 0.0000e+0 \\ -2.0692e-1 & 4.0623e-1 & 0.0000e+0 \\ -2.5620e-1 & 5.0297e-1 & 0.0000e+0 \\ -2.7218e-1 & 5.3435e-1 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [3.0103e+0 \quad -1.2920e+1 \quad 2.5905e+1 \quad -2.3567e+1 \quad 8.0256e+0 \quad 4.7087e-4]$$

$$D_d = [-8.9106e-1 \quad -4.5388e-1 \quad 0.0000e+0]$$

$$H_d = [0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 1.0000e+0]$$

(i-1) Coefficient matrices of LERE1

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.0808e-2 & 9.6652e-1 & 3.4430e-2 & -1.1749e-2 & 5.9721e-3 \\ 3.4979e-1 & -1.0836e+0 & 2.1143e+0 & -3.8025e-1 & 2.4744e-2 \\ 1.0389e+0 & -3.2182e+0 & 3.3095e+0 & -1.2935e-1 & 3.8452e-2 \\ 1.2850e+0 & -3.0786e+0 & 1.2836e+0 & 1.5114e+0 & 4.8259e-2 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 2.6541e-5 & -4.4238e-6 & 0.0000e+0 \\ 8.5895e-4 & -1.4317e-4 & 0.0000e+0 \\ 2.5511e-3 & -4.2521e-4 & 0.0000e+0 \\ 4.8726e-3 & -8.1215e-4 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [-1.6012e-1 \quad -1.3255e-2 \quad 1.3630e-2 \quad -4.6513e-3 \quad 5.1806e-4]$$

$$D_d = [1.6441e-1 \quad 9.8639e-1 \quad 0.0000e+0]$$

$$H_d = [0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 0.0000e+0 \quad 1.0000e+0]$$

Table D.3 Coefficient matrices of decoupled estimator

(i-2) Coefficient matrices of LERE2

$$A_d = \begin{bmatrix} -3.6476e+0 & 1.2300e+1 & -1.1620e+1 & 3.9653e+0 & -1.1165e+0 \\ -1.4808e+1 & 4.5873e+1 & -4.6173e+1 & 1.6098e+1 & -4.6259e+0 \\ -2.2517e+1 & 6.9752e+1 & -7.1730e+1 & 2.5478e+1 & -7.1886e+0 \\ -2.8278e+1 & 8.8501e+1 & -9.2892e+1 & 3.3649e+1 & -9.0219e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -8.9585e-3 & 1.4859e-3 & 0.0000e+0 \\ -3.6368e-2 & 6.0323e-3 & 0.0000e+0 \\ -5.5300e-2 & 9.1724e-3 & 0.0000e+0 \\ -6.7732e-2 & 1.1234e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 4.7748e-1 & -9.6987e-1 & 9.9736e-1 & -3.4035e-1 & 9.6851e-2 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -1.6363e-1 & -9.8652e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(j-1) Coefficient matrices of LORE

$$A_d = \begin{bmatrix} 2.9708e+0 & -9.4628e+0 & 1.2154e+1 & -4.6724e+0 & 6.6434e-3 \\ 4.1470e+0 & -1.4605e+1 & 1.7966e+1 & -6.5223e+0 & 1.1904e-2 \\ 3.7135e+0 & -1.3078e+1 & 1.5193e+1 & -4.8405e+0 & 1.2644e-2 \\ 2.2239e+0 & -7.0915e+0 & 6.6391e+0 & -7.8069e-1 & 1.1692e-2 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -2.8364e-2 & 2.8831e-2 & 0.0000e+0 \\ -3.9593e-2 & 4.0246e-2 & 0.0000e+0 \\ -3.5455e-2 & 3.6039e-2 & 0.0000e+0 \\ -2.5241e-2 & 2.5657e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1.3074e+0 & -2.1140e+0 & 2.4558e+0 & -9.4410e-1 & 1.1146e-3 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} -7.1286e-1 & -7.0130e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(j-2) Coefficient matrices of LORE2

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.0642e-1 & 6.2521e-1 & 4.3537e-1 & -1.6737e-1 & -3.1635e-1 \\ -9.8580e-1 & 3.4716e+0 & -3.0328e+0 & 1.5503e+0 & -5.6686e-1 \\ -1.7384e+0 & 6.1221e+0 & -7.1117e+0 & 3.7340e+0 & -6.0210e-1 \\ -2.8177e+0 & 1.0663e+1 & -1.3986e+1 & 7.1483e+0 & -5.5676e-1 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -1.0227e-3 & 1.0261e-3 & 0.0000e+0 \\ 9.4734e-3 & -9.5043e-3 & 0.0000e+0 \\ 1.6706e-2 & -1.6761e-2 & 0.0000e+0 \\ 2.3043e-2 & -2.3118e-2 & 0.0000e+0 \\ 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} -8.2681e-1 & 4.2158e-1 & -4.8975e-1 & 1.8828e-1 & 5.3073e-2 \end{bmatrix}$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 7.0826e-1 & 7.0595e-1 & 0.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(a-1) Coefficient matrices of BYFE1

$$F_d = \begin{bmatrix} -4.3557e+0 & 9.3634e+0 & -1.0587e+1 & 4.3359e+0 & 4.8740e-2 \\ -3.8240e+0 & 9.5116e+0 & -1.1041e+1 & 4.9312e+0 & 2.9478e-1 \\ 2.0827e-1 & 2.6353e+0 & -3.3360e+0 & 2.3662e+0 & -1.5922e-1 \\ 3.8557e+0 & -3.1123e+0 & 2.6567e+0 & 5.5959e-1 & -6.9693e-1 \\ 9.6533e-3 & -4.0625e-2 & 5.1428e-2 & -2.1062e-2 & 9.9870e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 1.1220e+1 & 2.2703e+0 \\ 7.1119e+0 & 1.4523e+0 \\ -4.3683e+0 & -8.6536e-1 \\ -1.4804e+1 & -2.9748e+0 \\ 3.0213e-3 & 4.7647e-4 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(a-2) Coefficient matrices of BYFE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -5.0261e+0 & 2.0546e+1 & -2.4744e+1 & 1.0134e+1 & 6.4291e-3 \\ -2.3518e+0 & 9.0845e+0 & -1.0500e+1 & 4.7098e+0 & 4.4354e-3 \\ -5.0071e-1 & 1.8048e+0 & -2.2847e+0 & 1.9357e+0 & -2.9327e-3 \\ 2.7125e-1 & -8.2312e-1 & -2.4111e-1 & 1.7464e+0 & -9.8388e-3 \\ 3.9450e-3 & -4.8580e-2 & 6.1498e-2 & -2.5186e-2 & 9.9998e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 4.5430e-1 & 1.5235e-1 \\ 2.9032e-1 & 8.6642e-2 \\ 2.2505e-1 & 5.0688e-2 \\ 2.2863e-1 & 3.8830e-2 \\ 4.1605e-2 & 8.1683e-3 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(b-1) Coefficient matrices of BYLE

$$F_d = \begin{bmatrix} -9.8653e-1 & 6.7762e+0 & -1.3151e+1 & 1.2844e+1 & -4.5144e+0 & -5.2338e-1 \\ -7.0314e+0 & 4.2250e+1 & -9.5197e+1 & 9.3949e+1 & -3.3021e+1 & 6.2555e-2 \\ -1.2538e+1 & 7.5466e+1 & -1.7182e+2 & 1.6881e+2 & -5.8981e+1 & 5.1863e-1 \\ -1.5672e+1 & 9.4363e+1 & -2.1485e+2 & 2.0983e+2 & -7.2751e+1 & 7.6012e-1 \\ -1.6587e+1 & 9.9758e+1 & -2.2648e+2 & 2.1960e+2 & -7.5379e+1 & 8.4387e-1 \\ 1.6309e-2 & -5.2803e-2 & 1.2022e-1 & -1.1741e-1 & 4.1269e-2 & 9.9851e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 1.1194e-1 & 3.8504e-2 \\ 8.0339e-2 & 9.7023e-2 \\ 5.9752e-2 & 1.5236e-1 \\ 5.1805e-2 & 1.8479e-1 \\ 5.2140e-2 & 1.9754e-1 \\ -3.0188e-2 & -7.6431e-3 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(b-2) Coefficient matrices of BYLE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -1.3081e+1 & 7.9171e+1 & -1.7798e+2 & 1.7382e+2 & -6.1095e+1 & -4.4800e-2 \\ -5.6853e+0 & 3.4440e+1 & -7.7415e+1 & 7.6583e+1 & -2.6917e+1 & 4.6524e-3 \\ -6.0824e-1 & 4.1904e+0 & -9.5408e+0 & 1.0318e+1 & -3.2750e+0 & 4.4008e-2 \\ 1.9321e+0 & -1.1111e+1 & 2.5299e+1 & -2.4708e+1 & 9.6842e+0 & 6.5342e-2 \\ 3.0521e+0 & -1.8141e+1 & 4.1962e+1 & -4.2567e+1 & 1.6767e+1 & 7.3210e-2 \\ -5.5068e-2 & 4.6660e-1 & -1.0624e+0 & 1.0376e+0 & -3.6468e-1 & 9.9961e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 4.3447e-1 & 2.5097e-1 \\ -1.1986e-1 & 3.2752e-2 \\ -3.4857e-1 & -7.9512e-2 \\ -3.5267e-1 & -1.0840e-1 \\ -2.4306e-1 & -9.0960e-2 \\ -8.9457e-2 & -2.1515e-2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(c-1) Coefficient matrices of BYLO1

$$F_d = \begin{bmatrix} -1.1323e-1 & 8.2691e-1 & 8.9656e-2 & 1.6501e-1 \\ -3.6449e-3 & -4.3872e-1 & 1.2273e+0 & 1.7487e-1 \\ 1.0933e+0 & -3.6810e+0 & 3.3534e+0 & 1.9649e-1 \\ -2.0681e-3 & 8.7403e-5 & -4.5273e-5 & 9.9945e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 1.7932e-1 & 2.1431e-1 \\ 1.7116e-1 & 2.5986e-1 \\ 1.5202e-1 & 3.1794e-1 \\ 2.0347e-3 & 2.0170e-3 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(c-2) Coefficient matrices of BYLO2

$$F_d = \begin{bmatrix} -9.1345e-1 & 2.6983e+0 & -8.7967e-1 & 2.9006e-3 \\ -8.5473e-1 & 1.5762e+0 & 1.8354e-1 & 3.1238e-3 \\ 1.3588e-1 & -1.4058e+0 & 2.1748e+0 & 3.5276e-3 \\ 7.5002e-3 & -7.7402e-2 & 4.0093e-2 & 9.9988e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 2.6503e-1 & -7.8328e-2 \\ 2.5291e-1 & -6.5777e-2 \\ 2.4071e-1 & -5.3369e-2 \\ 2.2053e-2 & 3.7702e-2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(d-1) Coefficient matrices of BYRE1

$$F_d = \begin{bmatrix} 7.7160 e-2 & -1.2111 e+0 & 3.9273 e+0 & -3.1247 e+0 & 9.4054 e-1 & 1.3270 e-1 \\ 3.8668 e+0 & -2.0450 e+1 & 3.7323 e+1 & -2.8900 e+1 & 8.6991 e+0 & 4.5634 e-2 \\ 9.1506 e+0 & -4.5683 e+1 & 8.1141 e+1 & -6.3558 e+1 & 1.9433 e+1 & -2.8154 e-3 \\ 1.3751 e+1 & -6.7547 e+1 & 1.1997 e+2 & -9.5456 e+1 & 2.9733 e+1 & -2.6008 e-2 \\ 1.7219 e+1 & -8.4425 e+1 & 1.5145 e+2 & -1.2285 e+2 & 3.9058 e+1 & -3.3952 e-2 \\ -2.6099 e-2 & -3.5175 e-2 & 6.2476 e-2 & -4.9708 e-2 & 1.4962 e-2 & 9.9889 e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} -3.9050 e-1 & 3.9117 e-1 \\ -4.5861 e-1 & 4.6483 e-1 \\ -5.1164 e-1 & 5.2554 e-1 \\ -5.3588 e-1 & 5.5643 e-1 \\ -5.3125 e-1 & 5.5621 e-1 \\ -3.3538 e-2 & 3.3549 e-2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 1.0000 e+0 \end{bmatrix}$$

(d-2) Coefficient matrices of BYRE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -8.5238 e+1 & 3.9921 e+2 & -7.0729 e+2 & 5.6275 e+2 & -1.6939 e+2 & -1.2692 e+1 \\ -2.1510 e+1 & 9.7747 e+1 & -1.7262 e+2 & 1.3813 e+2 & -4.1579 e+1 & -3.7528 e+0 \\ 1.5723 e+1 & -7.7622 e+1 & 1.3787 e+2 & -1.0869 e+2 & 3.3019 e+1 & 1.0046 e+0 \\ 3.4789 e+1 & -1.6728 e+2 & 2.9711 e+2 & -2.3639 e+2 & 7.2156 e+1 & 3.1541 e+0 \\ 4.2717 e+1 & -2.0494 e+2 & 3.6551 e+2 & -2.9315 e+2 & 9.0322 e+1 & 3.8139 e+0 \\ -8.7592 e-3 & 4.3118 e-2 & -7.6586 e-2 & 6.0934 e-2 & -1.8342 e-2 & 9.9865 e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} -1.0140 e+0 & 8.9288 e-1 \\ -8.3614 e-1 & 8.0640 e-1 \\ -6.9447 e-1 & 7.1809 e-1 \\ -5.9142 e-1 & 6.4230 e-1 \\ -5.2281 e-1 & 5.8443 e-1 \\ 3.6060 e-4 & -3.7372 e-4 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 1.0000 e+0 \end{bmatrix}$$

(e-1) Coefficient matrices of FELE1

$$F_d = \begin{bmatrix} -6.3022 e+1 & 2.4658 e+2 & -3.5647 e+2 & 1.7535 e+2 & 3.4313 e-1 \\ -8.3063 e+1 & 3.2416 e+2 & -4.6953 e+2 & 2.3145 e+2 & 4.4002 e-1 \\ -6.3509 e+1 & 2.4801 e+2 & -3.6000 e+2 & 1.7808 e+2 & 3.2342 e-1 \\ -3.5600 e+1 & 1.3951 e+2 & -2.0340 e+2 & 1.0140 e+2 & 1.6384 e-1 \\ -1.1280 e-2 & 9.1808 e-3 & -1.3326 e-2 & 6.5553 e-3 & 9.9993 e-1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 9.8794 e-1 & 7.5841 e-2 \\ 1.1805 e+0 & -2.3481 e-2 \\ 8.6154 e-1 & -5.9578 e-2 \\ 4.5051 e-1 & -6.1562 e-2 \\ 8.9604 e-3 & 8.9263 e-3 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 0.0000 e+0 & 1.0000 e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

( e -2) Coefficient matrices of FELE2

$$F_d = \begin{bmatrix} 6.5721 e + 0 & -2.5045 e + 1 & 3.7806 e + 1 & -1.8597 e + 1 & 4.8255 e - 1 \\ 5.9936 e + 0 & -2.3699 e + 1 & 3.5401 e + 1 & -1.6922 e + 1 & 6.1810 e - 1 \\ 1.9222 e + 0 & -7.6017 e + 0 & 1.1034 e + 1 & -4.4278 e + 0 & 4.5421 e - 1 \\ -2.4390 e + 0 & 9.9834 e + 0 & -1.5385 e + 1 & 8.9143 e + 0 & 2.3015 e - 1 \\ -1.0850 e - 1 & 2.7062 e - 1 & -3.9282 e - 1 & 1.9323 e - 1 & 9.9959 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 6.8620 e - 3 & 1.0359 e - 1 \\ -7.0791 e - 3 & 8.0942 e - 2 \\ -1.9909 e - 3 & 2.6242 e - 2 \\ 8.1974 e - 3 & -2.2810 e - 2 \\ 4.0142 e - 2 & 3.9137 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

( f -1) Coefficient matrices of FELO1

$$F_d = \begin{bmatrix} -4.2616 e - 1 & 2.0189 e + 0 & -1.1104 e + 0 & 4.0282 e - 1 & 6.5075 e - 3 \\ -1.0012 e + 0 & 2.8816 e + 0 & -2.1406 e + 0 & 1.1393 e + 0 & 6.4585 e - 3 \\ -1.9158 e + 0 & 5.8562 e + 0 & -6.3826 e + 0 & 3.3153 e + 0 & 1.5712 e - 3 \\ -3.4598 e + 0 & 1.1743 e + 1 & -1.4564 e + 1 & 7.1475 e + 0 & -5.1777 e - 3 \\ -5.0601 e - 3 & -1.1604 e - 3 & 1.2647 e - 3 & -4.5875 e - 4 & 9.9999 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 1.1589 e - 1 & -1.1520 e + 0 \\ 1.2372 e - 1 & -1.2175 e + 0 \\ 1.3245 e - 1 & -1.2846 e + 0 \\ 1.4197 e - 1 & -1.3527 e + 0 \\ 5.4134 e - 3 & -5.4142 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

( f -2) Coefficient matrices of FELO2

$$F_d = \begin{bmatrix} -3.6378 e + 0 & 1.0233 e + 1 & -1.0062 e + 1 & 3.6501 e + 0 & 8.8070 e - 3 \\ -4.3371 e + 0 & 1.2723 e + 1 & -1.2866 e + 1 & 5.0299 e + 0 & 1.0436 e - 2 \\ -2.9306 e + 0 & 1.0563 e + 1 & -1.1512 e + 1 & 5.1760 e + 0 & 4.8601 e - 3 \\ -1.1927 e + 0 & 8.4870 e + 0 & -1.1015 e + 1 & 5.8601 e + 0 & -3.7156 e - 3 \\ 2.2977 e - 3 & -2.6145 e - 2 & 2.8495 e - 2 & -1.0337 e - 2 & 9.9997 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 8.2622 e - 1 & -8.1993 e + 0 \\ 4.6279 e - 1 & -4.5411 e + 0 \\ -2.8603 e - 1 & 2.9323 e + 0 \\ -1.1336 e + 0 & 1.1381 e + 1 \\ 5.6640 e - 3 & -5.6819 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(g-1) Coefficient matrices of FERE1

$$F_d = \begin{bmatrix} -3.6743e-1 & 1.0737e+0 & -1.6970e-1 & 1.5072e-1 & -4.6466e-2 & -1.6380e-3 \\ -4.4450e-1 & 2.2346e-1 & 4.8565e-1 & 4.5679e-1 & -1.4081e-1 & -1.6039e-2 \\ -6.1370e-1 & 1.1725e+0 & -2.6984e+0 & 3.3963e+0 & -7.3869e-1 & -3.9538e-2 \\ -9.3179e-1 & 3.4674e+0 & -7.9801e+0 & 7.0867e+0 & -1.1845e+0 & -6.2664e-2 \\ -8.2887e-1 & 4.0026e+0 & -9.4733e+0 & 6.8251e+0 & -1.1927e-1 & -7.9263e-2 \\ 2.3969e-2 & 1.0295e-3 & -2.3653e-3 & 2.0988e-3 & -6.4667e-4 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 3.5931e-1 & 3.5909e-1 \\ 4.1987e-1 & 4.1918e-1 \\ 4.8442e-1 & 4.8083e-1 \\ 5.4943e-1 & 5.3882e-1 \\ 6.0752e-1 & 5.8649e-1 \\ -2.4083e-2 & -2.4086e-2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(g-2) Coefficient matrices of FERE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -5.4840e+1 & -3.4110e+1 & 8.0795e+1 & -7.1744e+1 & 2.2115e+1 & 5.4671e+0 \\ 2.3575e+2 & 1.3059e+2 & -2.9950e+2 & 2.6684e+2 & -8.2251e+1 & -2.0011e+1 \\ 8.5301e+2 & 4.9000e+2 & -1.1276e+3 & 1.0022e+3 & -3.0863e+2 & -7.5265e+1 \\ 1.4821e+3 & 8.5852e+2 & -1.9756e+3 & 1.7543e+3 & -5.3975e+2 & -1.3173e+2 \\ 1.9214e+3 & 1.1141e+3 & -2.5641e+3 & 2.2752e+3 & -6.9935e+2 & -1.7105e+2 \\ -3.2428e-4 & -2.0010e-4 & 4.6047e-4 & -4.0889e-4 & 1.2604e-4 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 5.8714e+1 & 5.8821e+1 \\ -2.5015e+2 & -2.5055e+2 \\ -9.0707e+2 & -9.0857e+2 \\ -1.5769e+3 & -1.5795e+3 \\ -2.0441e+3 & -2.0475e+3 \\ 3.4636e-4 & 3.4697e-4 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

(h-1) Coefficient matrices of LELO1

$$F_d = \begin{bmatrix} -3.9920e-2 & 9.6470e-1 & 7.0774e-2 & -6.4390e-2 & 2.1928e-2 & 1.6538e-2 \\ -3.6706e-2 & -5.4290e-2 & 1.1089e+0 & -9.9035e-2 & 3.3725e-2 & 6.8005e-2 \\ 2.6022e-2 & -3.6640e-1 & 7.3463e-1 & 3.3166e-1 & 2.2760e-1 & 1.1501e-1 \\ 1.7704e-1 & -1.1172e+0 & 2.2401e+0 & -2.0379e+0 & 1.6940e+0 & 1.4244e-1 \\ 6.4080e-1 & -3.8013e+0 & 8.6593e+0 & -9.6850e+0 & 5.1452e+0 & 1.5142e-1 \\ -2.5127e-2 & -2.6837e-4 & 5.3955e-4 & -4.9193e-4 & 1.6779e-4 & 1.0001e+0 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 9.3854e-2 & 4.6904e-2 \\ 9.4966e-2 & 4.7448e-2 \\ 9.3424e-2 & 4.6475e-2 \\ 8.9502e-2 & 4.4029e-2 \\ 8.4110e-2 & 4.0787e-2 \\ 5.0360e-2 & 2.5180e-2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 0.0000e+0 & 1.0000e+0 \end{bmatrix}$$

Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator  
(to be continued)

(h-2) Coefficient matrices of LELO2

$$F_d = \begin{bmatrix} -2.8943 e +1 & 1.4189 e +2 & -2.8249 e +2 & 2.5700 e +2 & -8.7519 e +1 & -5.1347 e -3 \\ -7.7133 e +1 & 4.0026 e +2 & -8.0153 e +2 & 7.3011 e +2 & -2.4863 e +2 & -1.4583 e -2 \\ -1.1523 e +2 & 6.1171 e +2 & -1.2265 e +3 & 1.1168 e +3 & -3.7997 e +2 & -2.2296 e -2 \\ -1.3489 e +2 & 7.2401 e +2 & -1.4516 e +3 & 1.3207 e +3 & -4.4873 e +2 & -2.6414 e -2 \\ -1.3885 e +2 & 7.4944 e +2 & -1.5016 e +3 & 1.3643 e +3 & -4.6274 e +2 & -2.7438 e -2 \\ 1.1036 e -1 & -4.7364 e -1 & 9.4965 e -1 & -8.6396 e -1 & 2.9421 e -1 & 1.0000 e +0 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 1.9463 e +0 & 1.0642 e +0 \\ -4.6471 e +0 & -2.0649 e +0 \\ -1.2407 e +1 & -5.8079 e +0 \\ -1.7663 e +1 & -8.3635 e +0 \\ -1.9999 e +1 & -9.5139 e +0 \\ -3.2666 e -2 & -1.6639 e -2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 1.0000 e +0 \end{bmatrix}$$

(i-1) Coefficient matrices of LERE1

$$F_d = \begin{bmatrix} -8.2462 e -2 & 9.5880 e -1 & 4.2370 e -2 & -1.4459 e -2 & 6.2739 e -3 \\ 2.5202 e -1 & -1.0917 e +0 & 2.1226 e +0 & -3.8309 e -1 & 2.5060 e -2 \\ 9.3633 e -1 & -3.2267 e +0 & 3.3182 e +0 & -1.3233 e -1 & 3.8784 e -2 \\ 1.1776 e +0 & -3.0875 e +0 & 1.2927 e +0 & 1.5083 e +0 & 4.8606 e -2 \\ 1.5187 e -2 & 1.2572 e -3 & -1.2928 e -3 & 4.4117 e -4 & 9.9995 e -1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 9.5795 e -2 & 5.7457 e -1 \\ 1.0124 e -1 & 6.0212 e -1 \\ 1.0783 e -1 & 6.3124 e -1 \\ 1.1515 e -1 & 6.6082 e -1 \\ -1.5594 e -2 & -9.3558 e -2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 1.0000 e +0 \end{bmatrix}$$

(i-2) Coefficient matrices of LERE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -5.3124 e +0 & 1.5681 e +1 & -1.5097 e +1 & 5.1520 e +0 & -1.4542 e +0 \\ -1.6891 e +1 & 5.0103 e +1 & -5.0523 e +1 & 1.7582 e +1 & -5.0483 e +0 \\ -2.4852 e +1 & 7.4496 e +1 & -7.6608 e +1 & 2.7142 e +1 & -7.6623 e +0 \\ -3.0742 e +1 & 9.3507 e +1 & -9.8040 e +1 & 3.5405 e +1 & -9.5218 e +0 \\ -3.6248 e -4 & 7.3628 e -4 & -7.5715 e -4 & 2.5838 e -4 & 9.9993 e -1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 5.6156 e -1 & 3.4411 e +0 \\ 6.7726 e -1 & 4.3085 e +0 \\ 7.4498 e -1 & 4.8341 e +0 \\ 7.7676 e -1 & 5.1026 e +0 \\ 1.2422 e -4 & 7.4893 e -4 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 0.0000 e +0 & 1.0000 e +0 \end{bmatrix}$$



Table D.4 Coefficient matrices of decoupled estimator

(j-1) Coefficient matrices of LORE1

$$F_d = \begin{bmatrix} 2.7648 e + 0 & -9.1297 e + 0 & 1.1767 e + 1 & -4.5237 e + 0 & 6.4678 e - 3 \\ 3.9291 e + 0 & -1.4253 e + 1 & 1.7557 e + 1 & -6.3650 e + 0 & 1.1719 e - 2 \\ 3.4836 e + 0 & -1.2707 e + 1 & 1.4761 e + 1 & -4.6745 e + 0 & 1.2448 e - 2 \\ 1.9824 e + 0 & -6.7011 e + 0 & 6.1856 e + 0 & -6.0633 e - 1 & 1.1487 e - 2 \\ -1.2305 e - 1 & 1.9897 e - 1 & -2.3113 e - 1 & 8.8855 e - 2 & 9.9990 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 8.3954 e - 2 & 1.3933 e - 1 \\ 7.9223 e - 2 & 1.5714 e - 1 \\ 8.9902 e - 2 & 1.5936 e - 1 \\ 1.0642 e - 1 & 1.5518 e - 1 \\ 6.7092 e - 2 & 6.6004 e - 2 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$

(j-2) Coefficient matrices of LORE2

$$F_d = \begin{bmatrix} -1.8197 e - 1 & 7.7226 e - 1 & 2.6455 e - 1 & -1.0170 e - 1 & -2.9784 e - 1 \\ -1.3118 e + 0 & 3.6378 e + 0 & -3.2259 e + 0 & 1.6246 e + 0 & -5.4594 e - 1 \\ -2.1011 e + 0 & 6.3070 e + 0 & -7.3265 e + 0 & 3.8166 e + 0 & -5.7883 e - 1 \\ -3.2175 e + 0 & 1.0867 e + 1 & -1.4223 e + 1 & 7.2393 e + 0 & -5.3110 e - 1 \\ 1.6353 e - 4 & -8.3381 e - 5 & 9.6863 e - 5 & -3.7239 e - 5 & 9.9999 e - 1 \end{bmatrix}$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 2.4602 e - 1 & 2.4727 e - 1 \\ 2.8876 e - 1 & 2.6887 e - 1 \\ 3.2734 e - 1 & 2.9286 e - 1 \\ 3.6552 e - 1 & 3.1824 e - 1 \\ -1.4008 e - 4 & -1.3963 e - 4 \end{bmatrix}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 0.0000 e + 0 & 1.0000 e + 0 \end{bmatrix}$$